



Ministério da Educação
Secretaria de Educação Básica
Fundo Nacional de
Desenvolvimento da Educação

Guia de
livros didáticos

PNLD 2015

ENSINO MÉDIO

MATEMÁTICA

Presidência da República
Ministério da Educação
Secretaria Executiva
Secretaria de Educação Básica

Ministério da Educação
Secretaria de Educação Básica
Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação

Guia de livros didáticos
PNLD 2015
ENSINO MÉDIO

MATEMÁTICA

Brasília
2014

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

Secretaria de Educação Básica – SEB
Diretoria de Formulação de Conteúdos Educacionais
Coordenação Geral de Materiais Didáticos

Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação – FNDE
Diretoria de Ações Educacionais
Coordenação Geral dos Programas do Livro

Equipe Técnico-pedagógica – SEB

Andrea Kluge Pereira
Cecília Correia Lima
Edivar Ferreira de Noronha Júnior
José Ricardo Albernás Lima

Equipe Técnico-administrativa e de apoio – SEB

Gabriela Brito de Araújo
Gislenilson Silva de Matos
Luiz Octavio Pereira Gomes
Paulo Roberto Gonçalves da Cunha

Equipe do FNDE

Sonia Schwartz
Auseni Peres França Millions
Edson Maruno
Ana Carolina Souza Luttner
Ricardo Barbosa dos Santos
Geová da Conceição Silva

Projeto Gráfico e Diagramação

Silvestre Linhares

Johnathan Pereira Alves Diniz – Bibliotecário – CRB1/2376

Guia de livros didáticos : PNLD 2015 : matemática : ensino médio. – Brasília : Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2014.
108p. : il.

ISBN: 978-85-7783-165-4

1. Livro didático. 2. Programa Nacional do Livro Didático. 3. Matemática. I. Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica.

CDU 371.671

Tiragem 25.869

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA
Esplanada dos Ministérios, Bloco L, Sala 500
CEP: 70047-900 | Tel: (61) 2022-8419

EQUIPE RESPONSÁVEL PELA AVALIAÇÃO

Comissão Técnica

João Bosco Pitombeira Fernandes de Carvalho

Coordenador Institucional

Adriano Pedrosa de Almeida (UFPE)

Coordenador de Área

Paulo Figueiredo Lima (UFPE)

Coordenadores Adjuntos

Abraão Juvencio de Araujo (UFPE)

Marilena Bittar (UFMS)

Verônica Gitirana Gomes Ferreira (UFPE)

Coordenadores de Grupo de Trabalho

Airton Temistocles Gonçalves de Castro (UFPE)

Bruno Alves Dassie (UFF)

Iole de Freitas Druck (USP)

Marcelo Câmara dos Santos (UFPE)

Márcio Antônio da Silva (UFMS)

Especialistas em Conteúdos de Mídia

Fernando Celso Villar Marinho (UFRJ)

Maria Raquel Miotto Morelatti (UNESP / Presidente Prudente)

Paula Moreira Baltar Bellemain (UFPE)

Rogério da Silva Ignácio (UFPE)

Rosilângela Maria de Lucena Scanoni Couto (UFPE)

Suely Scherer (UFMS)

Apoio Técnico

Michelly Priscilla Souto Maior Miranda de Lima

Rafaela Cordeiro dos Santos

Avaliadores

Adriana Barbosa de Oliveira (UFMS)

Airton Carrião Machado (UFMG)

Aparecida Augusta da Silva (UFRO)

Armando Traldi Júnior (IFSP)

Bárbara Corominas Valério (USP)

Camila de Oliveira da Silva (UCDB-MS)

Carmem Suzane Comitre Gimenez (UFSC)

Cibelle de Fátima Castro de Assis (UFPB-IV)

Cleiton Batista Vasconcelos (In memoriam)

Cristiane de Arimatéa Rocha (CAA-UFPE)

Cristiano Ferraz (UFPE)

Cristina Cerri (USP)

David Pires Dias (USP)

Elizabeth Belfort da Silva Moren (UFRJ)

Fábíola Nascimento dos Santos Paes (IFPE)

Fernando Antônio Nóbrega Santos (UFPE)

Flávia dos Santos Soares (UFF)

Henrique José Morais de Araújo (UFPE)

José Carlos Alves de Souza (UFPE)

José Edeson de Melo Siqueira (SEDUC-PE e FIR-PE)

José Luiz Magalhães de Freitas (UFMS)

Leonardo Bernardo de Morais (SEDUC-PMR)
Lúcia Maria Aversa Villela (USS-Vassouras)
Márcia Cristina da Costa Trindade Cyrino (UEL)
Márcio Fabiano da Silva (UFABC)
Marcus Bessa de Menezes (CDSA-UFMG)
Maria Aparecida Silva Cruz (UEMS)
Maria Célia Leme da Silva (UNIFESP-Campus Diadema)
Maria Laura Magalhães Gomes (UFMG)
Maria Teresinha Jesus Gaspar (UNB)
Miguel Chaquiam (UNAMA)
Plácido Francisco de Assis Andrade (UFC-Cariri)
Rony Cláudio de Oliveira Freitas (IFES)
Rosana Nogueira de Lima (UNIBAN / SP)
Tânia Schmitt (UNB)
Tarcísio Rocha dos Santos (UFPE)
Thiago Yukio Tanaka (UFPE)
Veridiana Resende (UNESPAR-Campo Mourão)
Viviana Giampaoli (USP)
Wanderley Moura Rezende (UFF-Campus Valonguinho)

Analistas de recursos

João Silva Rocha (SEDUC-PE)
Nora Olinda Cabrera Zúñiga (UFMG)
Rômulo Marinho do Rêgo (UEPB)

Leitura Crítica

Gracivane da Silva Pessoa (SEDUC-PE)
Alexandre Luís de Souza Barros (UFRPE)

Especialistas da Área de Matemática

Lisbeth Kaiserlian Cordaní (USP)
Carmem Suzane Comitre Gimenez (UFSC)

Especialistas da Área de Educação Matemática

José Carlos Alves de Souza (UFPE)

Revisão / Copydesk

Elvira Costa de Oliveira Nadai

A equipe de Matemática homenageia o colega Cleiton Batista Vasconcelos, que faleceu, repentinamente, após ter iniciado mais uma de suas inestimáveis participações no PNLD.

Instituição Responsável pela Avaliação

Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

SUMÁRIO

7	APRESENTAÇÃO	39	Matemática – Paiva
9	PRINCÍPIOS E CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO	48	Matemática – Ciências e Aplicações
17	COMO SÃO AS RESENHAS	57	Matemática: Ensino Médio
21	RESENHAS DAS COLEÇÕES	66	Novo Olhar – Matemática
	22	Conexões com a Matemática	
	30	Matemática: Contexto & Aplicações	
		75	CONTEÚDOS DA FICHA DE AVALIAÇÃO PEDAGÓGICA
		83	CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE LIVROS DIDÁTICOS PARA O ENSINO MÉDIO

**Prezado professor,
Prezada professora,**

Retomar o diálogo com você neste momento é bom e oportuno. Especialmente porque, neste Guia que chega a você, estão presentes as resenhas das seis coleções aprovadas no PNL D 2015/Ensino Médio.

Essas resenhas têm o objetivo de contribuir para você exercer seu papel insubstituível de escolher o texto didático que o apoiará na tarefa de formação de seus alunos do ensino médio. Em sua leitura, você encontrará tanto uma descrição resumida quanto uma avaliação das características de cada uma das obras aprovadas. Você poderá saber mais sobre a estrutura desses textos lendo o item *Como são as resenhas*, que também pode ser encontrado na parte introdutória deste Guia.

Esta é a quarta vez que o Ministério da Educação realiza uma avaliação de livros didáticos de Matemática voltados para o ensino médio. No entanto, desde a década de 1990, o Ministério acumula experiência na execução de programas dessa natureza e que abrangem várias outras áreas disciplinares e as demais etapas do ensino básico.

A avaliação das obras inscritas no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) é uma etapa chave desse amplo processo que, nos últimos anos, vem sendo desenvolvido pela Secretaria de Educação Básica (SEB) e pelo Fundo Nacional para Desenvolvimento da Educação (FNDE), ambos do MEC, em convênio com instituições públicas de ensino superior.

No PNL D 2015, esse processo reuniu docentes de diversas instituições educacionais do país, todos com experiência nas questões de ensino e aprendizagem da matemática escolar, em diferentes níveis de ensino. Sob a coordenação de uma universidade pública, e tomando como base os critérios de avaliação expressos no Edital do PNL D 2015, esses profissionais realizaram um trabalho minucioso e exigente, do qual resultaram as resenhas ora apresentadas como subsídio à escolha que você é convidado a fazer.

Para aproveitar este espaço de diálogo, o Guia não poderia se restringir às resenhas. Assim, você também terá à sua disposição, nas páginas seguintes, textos que, além de contribuir para a escolha, podem trazer subsídios para o uso posterior da coleção e, ainda, para a sua formação continuada.

Um desses textos contém os critérios adotados na avaliação das coleções, tanto os que são comuns a todos os componentes curriculares quanto aqueles específicos da Matemática. Ele é complementado, na parte final do Guia, com as fichas de avaliação que foram utilizadas pelos avaliadores para a análise dos livros impressos e em formato digital.

Também no final do Guia, em *Considerações gerais sobre livros didáticos para o ensino médio*, são listadas e analisadas algumas das características comuns observadas no conjunto das obras resenhadas, tanto do ponto de vista da abordagem de conteúdos matemáticos quanto da metodologia de ensino e aprendizagem adotada. Nesse texto, você também poderá encontrar subsídios para um

melhor aproveitamento dos livros em seu trabalho pedagógico e, ainda, sugestões de como contornar algumas das limitações neles observadas.

As resenhas apresentadas adiante estão relacionadas conforme a sequência de suas inscrições no PNLD 2015. Agora, cabe a você, em um trabalho compartilhado com seus colegas, realizar a leitura e a discussão desses textos e optar pela obra que considere mais apropriada ao projeto pedagógico de sua instituição escolar.

Um ótimo trabalho!

Princípios gerais de avaliação

O conjunto de critérios de avaliação das obras inscritas no PNLD 2015 consta do Edital de Convocação para o Processo de Inscrição e Avaliação de Obras Didáticas para o Programa Nacional do Livro Didático – PNLD 2015. Divididos em dois tipos, esses critérios são apresentados a seguir:

Os primeiros traduzem, em um conjunto de requisitos, princípios gerais relativos à qualidade de uma obra didática que se pretende que seja um instrumento auxiliar do trabalho educativo do professor. Uma atividade que tem por objetivo a formação do aluno, na etapa do ensino médio, com suas múltiplas dimensões estabelecidas pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, em seu artigo 35:

O ensino médio, etapa final da educação básica, com duração mínima de três anos, terá como finalidade:

- i. a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando o prosseguimento de estudos;*
- ii. a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores;*
- iii. o aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico.*
- iv. a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina.*

Cabe às instituições escolares o papel fundamental de criar um espaço de atividades e de convivência para que o aluno, de maneira ativa, desenvolva competências, conhecimentos e atitudes que traduzam as finalidades do ensino médio.

Nesse complexo processo, a sala de aula constitui-se em um cenário no qual se estabelecem inter-relações entre o professor, o aluno, o livro didático e os saberes disciplinares. O livro didático traz para o processo de ensino e aprendizagem um terceiro personagem, o seu autor, que passa a dialogar com o professor e com o aluno. Nesse diálogo, o livro é portador de escolhas sobre: o saber a ser estudado; os métodos adotados para que o aluno consiga aprendê-lo mais eficazmente; e a organização dos conteúdos ao longo dos anos de escolaridade.

Uma reflexão sobre o livro didático, colhida no estudo de Gérard & Roegiers (1998), lista algumas das funções mais importantes desse material referencial, no que diz respeito ao aluno e ao professor.

Tratando-se do aluno tais funções podem ser:

- **favorecer a aquisição de saberes socialmente relevantes;**
- **consolidar, ampliar, aprofundar e integrar os conhecimentos;**
- **propiciar o desenvolvimento de competências e habilidades do aluno, que contribuam para aumentar sua autonomia;**
- **contribuir para a formação social e cultural e desenvolver a capacidade de convivência e de exercício da cidadania.**

Com respeito ao professor, espera-se que ele possa:

- **auxiliar no planejamento didático-pedagógico anual e na gestão das aulas;**
- **favorecer a formação didático-pedagógica;**
- **auxiliar na avaliação da aprendizagem do aluno;**
- **favorecer a aquisição de saberes profissionais pertinentes, assumindo o papel de texto de referência.**

Para o desempenho dessas funções importa não só o que traz o Livro do Aluno, mas também as orientações e os textos informativos incluídos no Manual do Professor. Daí decorrem os requisitos, mais adiante citados, que se referem especificamente a essa parte absolutamente relevante da coleção didática a ser avaliada.

Valorizar o papel do livro didático não significa, contudo, que ele seja dominante no processo de ensino e aprendizagem, em detrimento da atuação do professor. Isso porque, além das tarefas inerentes à condução das atividades da sala de aula, o professor sempre pode ampliar o seu repertório profissional com a busca de fontes bibliográficas complementares.

O PNL D tem como um de seus princípios básicos conferir ao docente a tarefa de escolher o livro que, em sintonia com o projeto pedagógico de sua escola, será usado por seus alunos. Portanto, essa é mais uma das importantes funções que o docente é periodicamente chamado a realizar.

Em consonância com os princípios gerais esboçados acima, os critérios de avaliação comuns a todos os componentes curriculares do PNL D 2015 foram estabelecidos em edital.

Critérios de avaliação de todos os componentes curriculares

1. respeito à legislação, às diretrizes e às normas oficiais relativas ao ensino médio;
2. observância de princípios éticos necessários à construção da cidadania e ao convívio social republicano;
3. coerência e adequação da abordagem teórico-metodológica assumida pela obra, no que diz respeito à proposta didático-pedagógica explicitada e aos objetivos visados;
4. correção e atualização de conceitos, informações e procedimentos;
5. observância das características e finalidades específicas do Manual do Professor e adequação da obra à linha pedagógica nela apresentada;
6. adequação da estrutura editorial e do projeto gráfico aos objetivos didático-pedagógicos da obra.

O não cumprimento de qualquer um desses critérios resultou em proposta incompatível da obra com os objetivos estabelecidos para o ensino médio, o que justificou sua exclusão do PNLD 2015.

Além disso, tendo em vista a preservação da unidade e a articulação didático-pedagógica das obras, foram excluídas aquelas que, ao serem apresentadas em forma de coleção, tiveram um ou mais volumes excluídos no presente processo de avaliação.

Princípios de avaliação do componente curricular Matemática

Produzida e organizada no decorrer da história, a Matemática é uma das mais significativas conquistas do conhecimento humano. Além disso, faz parte do cotidiano das pessoas, contribui para as atividades das outras ciências e de diferentes tecnologias. Ela se mantém viva e crescente devido a esses usos e às contribuições vindas, em especial, dos centros de ensino e de pesquisa, nos quais se verifica uma permanente produção de conhecimento matemático.

Dois aspectos articulam-se de forma complexa e indissociável na Matemática. O primeiro é o das aplicações às várias atividades humanas, que têm sido origem de muitos dos belos modelos abstratos dessa ciência. Outro é o da especulação pura, voltada para problemas gerados no próprio edifício da Matemática e que, em muitos casos, revelaram-se fonte das mais surpreendentes aplicações. Além desses aspectos, a dimensão estética está presente em muitas das construções matemáticas. Podem ser lembradas, ainda, as ligações existentes, há milênios, entre a Matemática e as atividades lúdicas das pessoas.

Ao longo de sua evolução, os homens recorreram, em suas práticas matemáticas, a diversos métodos. No entanto, especialmente a partir da civilização grega, o método dedutivo tem predominado e assume a primazia de ser o único método aceito, na comunidade científica, para comprovação de um fato matemático.

Os conceitos de axioma, definição, teorema e demonstração são o cerne desse método e, por extensão, passaram a ser, para muitos, a face mais visível da Matemática. Trata-se de um método de validação do fato matemático, muito mais do que um método de descoberta ou de uso do conhecimento matemático. Na construção efetiva desse saber, faz-se uso permanente da imaginação, de raciocínios indutivos ou plausíveis, de conjecturas, de tentativas, de verificações empíricas, enfim, recorre-se a uma variedade complexa de outros procedimentos.

No que diz respeito à Matemática, enquanto conhecimento acumulado e organizado, é preciso dosar, em progressão criteriosa, o emprego de seu método próprio de validação dos resultados: o método dedutivo. É indispensável que o aluno estabeleça gradualmente a diferença entre os vários procedimentos de descoberta, invenção e validação. Em particular, é interessante que ele compreenda a distinção entre uma prova lógico-dedutiva e uma verificação empírica, seja essa baseada na visualização de desenhos, na construção de modelos materiais ou na medição de grandezas. Dessa forma, o ensino médio cumpre seu papel de ampliação, aprofundamento e organização dos conhecimentos matemáticos adquiridos no ensino fundamental, fase esta em que predominam, na abordagem da Matemática, os procedimentos indutivos, informais, não rigorosos.

Nas últimas décadas, a sociedade vem experimentando um período de mudanças profundas e aceleradas nos meios de produção e circulação de bens econômicos, de intercâmbio de informações e de ampliação rápida do acervo e dos horizontes do conhecimento científico. Um dos aspectos distintivos das recentes mudanças é o emprego crescente da Matemática tanto nas práticas sociais do cotidiano – compras e vendas, empréstimos, crediário, contas bancárias, seguros e tantas outras – quanto nas atividades científicas ou tecnológicas. Especialmente no dia a dia do cidadão, são evidentes as repercussões dos novos recursos tecnológicos do computador e da calculadora, ambos amplamente difundidos em todos os meios sociais.

Além disso, as pessoas são constantemente expostas a informações que, para serem entendidas e levadas em conta de modo crítico, exigem a leitura e interpretação de gráficos e tabelas e demandam o conhecimento de noções básicas de estatística e de probabilidade. A capacidade de resolver problemas e de enfrentar situações complexas, de expor e compreender ideias, é cada vez mais requisitada.

Um ensino de Matemática adequado à fase final da Educação Básica não pode negligenciar os aspectos acima mencionados.

Nesse quadro, o ensino médio tem de assumir a tarefa de preparar cidadãos para uma sociedade, cada vez mais, permeada por novas tecnologias, e de possibilitar o ingresso de parcelas significativas de seus cidadãos a patamares mais elaborados do saber.

O ensino de Matemática, nesse contexto, deve capacitar os estudantes para:

- planejar ações e projetar soluções para problemas novos, que exijam iniciativa e criatividade;

- compreender e transmitir ideias matemáticas, por escrito ou oralmente, desenvolvendo a capacidade de argumentação;
- interpretar matematicamente situações do dia a dia ou do mundo tecnológico e científico e saber utilizar a Matemática para resolver situações-problema nesses contextos;
- avaliar os resultados obtidos na solução de situações-problema;
- fazer estimativas mentais de resultados ou cálculos aproximados;
- saber usar os sistemas numéricos, incluindo a aplicação de técnicas básicas de cálculo, regularidade das operações etc.;
- saber empregar os conceitos e procedimentos algébricos, incluindo o uso do conceito de função e de suas várias representações (gráficos, tabelas, fórmulas etc.) e a utilização das equações;
- reconhecer regularidades e conhecer as propriedades das figuras geométricas planas e sólidas, relacionando-as com os objetos de uso comum e com as representações gráficas e algébricas dessas figuras, desenvolvendo progressivamente o pensamento geométrico;
- compreender os conceitos fundamentais de grandezas e medidas e saber utilizá-los em situações-problema;
- utilizar os conceitos e procedimentos estatísticos e probabilísticos, valendo-se, entre outros recursos, da combinatória;
- estabelecer relações entre os conhecimentos nos campos de números, funções, equações algébricas, geometria analítica, geometria, estatística e probabilidade, para resolver problemas, passando de um desses quadros para outro, a fim de enriquecer a interpretação do problema, encarando-o sob vários pontos de vista.

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DO COMPONENTE CURRICULAR MATEMÁTICA

No processo de avaliação das obras de Matemática, os princípios acima referidos foram traduzidos no conjunto de requisitos seguintes, os quais devem obrigatoriamente ser cumpridos pelas coleções de livros didáticos dessa área do conhecimento, tanto na versão impressa quanto na digital:

1. incluir todos os campos da Matemática escolar, a saber, números, funções, equações algébricas, geometria analítica, geometria, estatística e probabilidade;

2. privilegiar a exploração dos conceitos matemáticos e de sua utilidade para resolver problemas;
3. apresentar os conceitos com encadeamento lógico, evitando: recorrer a conceitos ainda não definidos para introduzir outro conceito, utilizar-se de definições circulares, confundir tese com hipótese em demonstrações matemáticas, entre outros;
4. propiciar o desenvolvimento, pelo aluno, de competências cognitivas básicas, como: observação, compreensão, argumentação, organização, análise, síntese, comunicação de ideias matemáticas, memorização, entre outras.

No que se refere especificamente ao Manual do Professor, é exigido que ele:

1. apresente linguagem adequada ao seu leitor – o professor - e atenda ao seu objetivo como manual de orientações didáticas, metodológicas e de apoio ao trabalho em sala de aula;
2. contribua para a formação do professor, oferecendo discussões atualizadas acerca de temas relevantes para o trabalho docente, tais como currículo, aprendizagem, natureza do conhecimento matemático e de sua aplicabilidade, avaliação, políticas educacionais, entre outros;
3. integre os textos e documentos reproduzidos em um todo coerente com a proposta metodológica adotada e com a visão de Matemática e de seu ensino e aprendizagem preconizadas na obra;
4. não se limite a considerações gerais ao discutir a avaliação em Matemática, mas ofereça orientações efetivas **do que, como, quando e para que** avaliar, relacionando-as com os conteúdos expostos nos vários capítulos, unidades, seções;
5. contenha, além do Livro do Aluno, orientações para o docente exercer suas funções em sala de aula, bem como propostas de atividades individuais e em grupo;
6. explicita as alternativas e recursos didáticos ao alcance do docente, permitindo-lhe selecionar, caso o deseje, os conteúdos que apresentará em sala de aula e a sequência em que serão apresentados;
7. contenha as soluções detalhadas de todos os problemas e exercícios, além de orientações de como abordar e tirar o melhor proveito das atividades propostas;
8. apresente uma bibliografia atualizada para aperfeiçoamento do professor, agrupando os títulos indicados por área de interesse e comentando-os;
9. separe, claramente, as leituras indicadas para os alunos daquelas que são recomendadas para o professor.

No PNLD 2015, o processo de avaliação de livros didáticos ampliou sua abrangência para a apreciação de conteúdos multimídia voltados ao ensino médio, apresentados no formato de livros digitais. Por exigência do Edital do PNLD 2015, os livros digitais incluem todo o conteúdo dos livros impressos a eles correspondentes. Nesse sentido, todas as falhas que levaram à exclusão do livro

impresso, também incidiram nos livros digitais. Assim, a exclusão de uma coleção de livros impressos implicou a eliminação dos livros digitais que compõem a obra.

Conforme exigido no Edital do PNLD 2015, os livros digitais devem fazer interface com as cópias dos livros didáticos impressos e, também, com os Objetos Digitais Educacionais (OEDs) de diferentes formatos, integrados à proposta. Especificamente, é necessário que os OEDs estejam integrados ao conjunto da obra e possam desempenhar um papel suplementar à proposta didático-pedagógica da coleção, com a exploração de aspectos de seus conteúdos. Nesse sentido, o nível de exigência adotado para a aprovação dos livros didáticos impressos é mantido para os livros digitais.

Em atendimento ao disposto acima, enfatiza-se no Edital do PNLD 2015 que:

Os recursos multimídia devem ser adequados e pertinentes ao projeto pedagógico e às estratégias metodológicas da obra. Nesse sentido, serão excluídas as versões digitais que: (a) não atenderem a todos os critérios de avaliação gerais e específicos da área e do componente curricular a que se vinculam. (Edital PNLD 2015, p. 43).

Ressalta-se também, conforme o excerto do item 4.2.12 do Edital que:

A pertinência dos Livros Digitais será avaliada em termos de sua utilidade pedagógica, sem distinção de complexidade entre as obras digitais que forem aprovadas. (Edital PNLD 2015, p. 3).

Os critérios utilizados para a avaliação das coleções impressa e digital são igualmente válidos em relação aos OEDs presentes nos livros digitais. Por exemplo, não devem ser aceitos OEDs que contenham erros conceituais, induções a erro ou erros de informação básica. Do mesmo modo, são excluídos os OEDs que abriguem preconceito de qualquer tipo, que desrespeitem a legislação ou veiculem publicidade de produtos ou empresas.

Além de todos os critérios utilizados para a versão impressa dos livros, alguns outros, específicos de uma mídia digital, são incluídos nessa avaliação, sempre com o objetivo de se assegurar que alunos e professores recebam um material digital que, ao lado da qualidade técnica e pedagógica, tenha condições de oferecer um diferencial pedagógico além daquele que já é proporcionado pelo livro didático, mesmo sem o uso da mídia digital.

É o que assinala o subitem 3 do item 2.1.8 do Anexo III do Edital, no qual se esclarece que serão excluídas as versões digitais que:

Não explicitarem a relevância desses recursos no desenvolvimento das atividades pedagógicas a que estão relacionadas.

Com respeito aos requisitos de ordem técnica, os livros digitais deverão garantir como requisito mínimo de padronização:

(...) acesso por multiplataformas e pelos principais sistemas operacionais, tais como

Android 2.3 ou posteriores, IOS, Linux (ubuntu) e Windows 7 ou posteriores, para dispositivos como laptop, desktop e tablets. (item 4.2.19 do Edital PNLD 2015, p.4).

Nessa avaliação, além da exigência de multiplataforma, devem, ainda, ser considerados como requisitos essenciais da interface alguns recursos que possibilitem aos usuários acessar facilmente os conteúdos dos livros impressos a partir dos digitais (e vice-versa) e também dos OEDs. Em face da ausência desses requisitos, o Edital do PNLD 2015 dispõe que os livros digitais contenham índices de referência para tais objetos e ícones de referência nas páginas do livro impresso, sendo que a falta desses é critério de exclusão, como está disposto nos itens a seguir destacados:

- 4.2.4 Os Livros Digitais deverão conter um índice de referência dos objetos educacionais digitais.
- 4.2.5 Os objetos educacionais digitais deverão ser acessados tanto pelo índice de referência como também pelos ícones nas páginas onde são referidos. (Edital PNLD 2015, p.3).

Ao lado dos múltiplos recursos de acesso aos OEDs, a possibilidade de navegar com eficiência pelo livro digital é um aspecto fundamental para que seu uso seja efetivo. Assim, esse aspecto também compõe a lista de critérios de exclusão dos livros digitais.

Os manuais do professor dos livros digitais, necessariamente, incorporam a totalidade dos conteúdos presentes no Manual do Professor dos livros impressos e devem oferecer orientações para o trabalho docente. É preciso que esse manual ofereça acesso fácil aos componentes dos livros impressos e aos OEDs. Também deve apresentar orientações didáticas ao professor para uso dos livros digitais, sendo critério de exclusão:

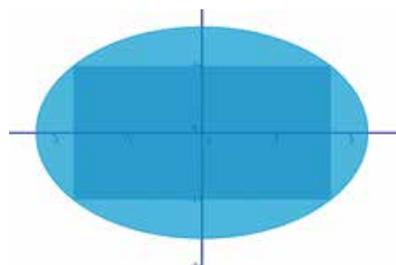
- 4.2.15. O manual do professor digital, além dos conteúdos descritos no subitem 4.18, deverá apresentar orientações ao professor quanto ao uso didático do livro digital. (Edital do PNLD 2015, p.3).

As obras, tanto no formato impresso quando digital, que não cumpriram esses requisitos específicos do componente curricular Matemática foram excluídas do PNLD 2015.

COMO SÃO AS RESENHAS

As orientações seguintes dizem respeito à estrutura das resenhas e às informações e avaliações incluídas em suas diferentes seções. O objetivo destas orientações, professor, é auxiliá-lo na leitura deste Guia.

As primeiras informações encontradas na resenha tratam dos elementos que identificam a coleção: nome da obra, código no PNLD 2015, autoria, editora e capa.



Visão geral

Esta seção apresenta uma síntese da avaliação feita no conjunto da obra. São destacados os aspectos que a caracterizam positivamente, ou negativamente, e que, assim, a distinguem de outras coleções.

Descrição da coleção

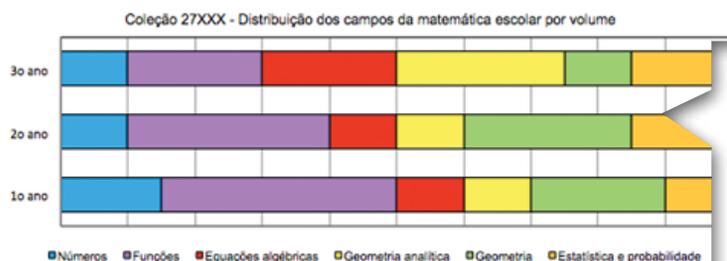
Aqui, professor, você obtém uma radiografia da coleção, feita com base na descrição do Livro do Aluno. Na coleção que é acompanhada de versão digital, descrevem-se, sucintamente, as características da interface e listam-se os tipos de Objetos Educacionais Digitais incluídos. Sobre os livros impressos, são informados, de maneira sucinta: a organização de suas subdivisões; as seções especiais que eles contêm e seus objetivos; se podem ser encontradas sugestões de leituras complementares para os alunos e, também, se há respostas às atividades propostas, entre outras informações.

1º ANO – 9 unidades – 210 pp.		
1	Conjuntos Numéricos	28 pp.
2	Funções	25 pp.
3	Função atm	20 pp.
4	
2º ANO – 10 unidades – 230 pp.		
1	Funções seno, cosseno e tangente	21 pp.
2	25 pp.

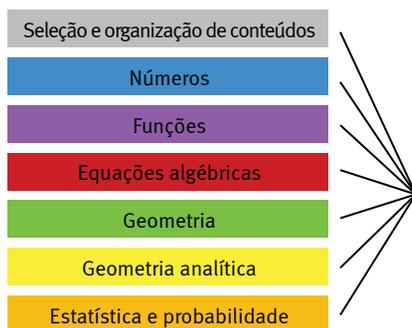
Nesses quadros detalham-se **quais são** e **como estão organizados** os conteúdos em cada um dos livros. São assinalados o número de páginas de cada unidade (ou capítulo) e o total de cada volume. Um dos objetivos deste sumário é ajudá-lo a verificar se a obra é adequada, ou não, ao projeto pedagógico de sua escola.

ANÁLISE

Abordagem dos conteúdos matemáticos



O gráfico ao lado permite ao professor visualizar a percentagem de distribuição dos diversos conteúdos da matemática escolar, em cada livro da coleção.



Aqui são avaliadas algumas das características da abordagem desses campos: a seleção dos conteúdos; as articulações entre eles; as escolhas didáticas feitas; as opções de validação do conhecimento matemático empregadas, entre outros aspectos. São, ainda, salientadas imprecisões presentes na obra.

Metodologia de ensino e aprendizagem

Neste item, o professor encontra uma análise da opção metodológica predominante na coleção. São destacados, entre outros aspectos: a maneira como são apresentados e desenvolvidos os conteúdos; o papel esperado do aluno nesse processo; a retomada de conhecimentos prévios; o desenvolvimento de competências matemáticas mais elaboradas, além da repetição e da memorização; o incentivo à interação aluno-aluno e aluno-professor. Além disso, também se avalia o emprego de recursos didáticos, em especial, de novas tecnologias no livro impresso.

Contextualização

Nesta parte, são avaliadas as ligações entre os conteúdos matemáticos e as práticas sociais de hoje. Também são analisadas as conexões com outros campos do saber. Avaliam-se, ainda, as contextualizações feitas com base na história da Matemática, com o objetivo de tornar o estudo mais significativo. Focaliza-se,

também, em que medida na obra, são propostos temas e atividades que incentivam o desenvolvimento de posturas e de valores importantes para o exercício da cidadania.

Linguagem e aspectos gráfico-editoriais

Os diferentes textos e ilustrações presentes na obra são analisados neste item, com vistas às contribuições que trazem para a aprendizagem. Você também encontra observações sobre o projeto gráfico da coleção, em que se avalia o quanto ele favorece a legibilidade dos conteúdos trabalhados.

Manual do Professor

AVALIAÇÃO			
Itens	Superficial	Suficiente	Com destaque
Fundamentação teórica que norteia a coleção			
Contribuições para a formação do professor			
Orientações para a avaliação da aprendizagem			
Orientações para o uso do livro didático			
Orientações para o uso de recursos didáticos			
Orientações para o desenvolvimento das atividades			
Soluções das atividades propostas			
Sugestões de atividades complementares			

Neste item, encontram-se informações sobre a estrutura e as seções que compõem o Manual, além de análises sobre o seu conteúdo. Avalia-se a sua qualidade, tanto no que se refere à explicitação dos pressupostos que fundamentam a obra, como no apoio que oferece ao docente em seu trabalho de sala de aula e em sua formação continuada.

Os livros digitais

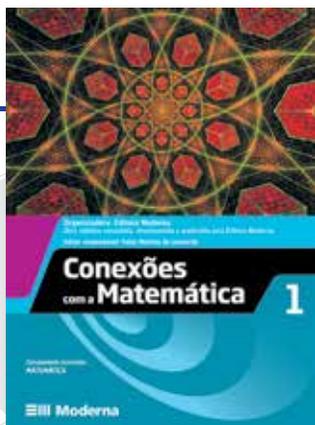
Esta seção é incluída na resenha somente quando a obra analisada conta com livros digitais. Discutem-se aqui as potencialidades e limitações dos recursos oferecidos na interface, e avaliam-se os Objetos Educacionais Digitais, agrupados por tipo, com destaque para os principais benefícios e limitações que oferecem para o ensino e a aprendizagem.

Em sala de aula

É certo que uma coleção aprovada no PNLD 2015 reúne qualidades que a distinguem como instrumento de formação para o ensino médio. Assim, as recomendações disponíveis nesta seção visam auxiliar o professor a tirar melhor proveito dos conteúdos propostos. Em linhas gerais, sugere-se um planejamento do trabalho docente que selecione os conteúdos a serem estudados, que considere os alunos a que se dirige e tenha em vista a sua adequação ao projeto pedagógico da escola. Quando necessário, o docente é aconselhado a ampliar os recursos didáticos. Além disso, ele é alertado a contornar imprecisões observadas em explanações de alguns conteúdos ou em atividades propostas.



**RESENHAS DAS
COLEÇÕES**



CONEXÕES COM A MATEMÁTICA

Fábio Martins de Leonardo

27519COL02
Coleção Tipo 2

Editora Moderna
2ª edição 2013

[http://www.moderna.com.br/
pnld2015/conexoescomamatematica/](http://www.moderna.com.br/pnld2015/conexoescomamatematica/)

VISÃO GERAL

A coleção apresenta boas questões contextualizadas nas práticas sociais e em outras áreas do conhecimento.

A sistematização dos conceitos é muitas vezes realizada por meio de atividades em que predominam o uso de técnicas e de procedimentos muito detalhados, em detrimento da compreensão dos conceitos mais gerais. Apesar disso, é realizado um tratamento cuidadoso da geometria, com demonstrações pertinentes e rigor adequado.

As sugestões presentes na seção *Autoavaliação*, que inclui a retomada de conceitos e sua abordagem em outros contextos, podem contribuir para a aprendizagem dos alunos.

DESCRIÇÃO DA OBRA

A coleção compõe-se de capítulos, divididos em tópicos de conteúdos. A abertura de cada capítulo é feita por textos e imagens que visam relacionar os temas apresentados a situações do cotidiano, e incluem os objetivos a serem alcançados. Seguem-se as explicações teóricas, acompanhadas por exercícios resolvidos e propostos. Todos os capítulos incluem as seções *Exercícios complementares* e *Autoavaliação* e, em alguns deles, encontram-se também as seções: *Pesquisa e ação*, com sugestões de pesquisas e de elaboração de um produto final a ser compartilhado pelo aluno com os colegas; e *Resolução comentada* e *Compreensão de texto*, de estímulo à leitura e à realização de trabalhos em grupos. Os livros são finalizados com sugestões de leituras para alunos e professores, respostas das atividades propostas e bibliografia utilizada.

São trabalhados os seguintes conteúdos:

1º ANO – 11 capítulos – 295 pp.		
1	Coleta, organização e apresentação de dados	26 pp.

2	Conjuntos: noções básicas, operações; conjuntos numéricos; intervalos	24 pp.
3	Funções: noções básicas, gráfico, função polinomial, função definida por mais de uma sentença, função inversa	32 pp.
4	Função afim: definição, estudo do gráfico, taxa de variação; inequações	26 pp.
5	Função quadrática: definição, estudo do gráfico, estudo do sinal; inequações	30 pp.
6	Módulo de um número real; função modular; equações e inequações modulares	14 pp.
7	Potenciação; função exponencial: definição, gráfico; equações, sistemas e inequações exponenciais	22 pp.
8	Logaritmos: propriedades, mudança de base; função logarítmica; equações e inequações logarítmicas	24 pp.
9	Sequências e padrões; progressões aritméticas e geométricas: termos gerais, soma de termos	28 pp.
10	Noção de semelhança; teorema de Tales; semelhança de: polígonos, triângulos; teorema de Pitágoras	24 pp.
11	Triângulo retângulo: razões trigonométricas, seno, cosseno e tangente dos ângulos agudos	18 pp.

2º ANO – 11 capítulos – 319 pp.

1	Ciclo trigonométrico: arcos e ângulos, seno, cosseno, tangente; equações e inequações trigonométricas; lei dos senos e lei dos cossenos	33 pp.
2	Funções periódicas; ciclo trigonométrico; funções trigonométricas: seno, cosseno, tangente; funções trigonométricas inversas	35 pp.
3	Secante, cossecante, cotangente; equações e inequações trigonométricas; adição de arcos	17 pp.

4	Polígonos regulares; área de superfícies poligonais; círculo e circunferência	21 pp.
5	Geometria espacial: postulados, posições relativas, projeção ortogonal, distância, ângulos e diedros	22 pp.
6	Poliedros: classificação; prismas, pirâmides, tronco de pirâmide; área e volume	36 pp.
7	Corpos redondos: cilindro, cone, tronco de cone, esfera; área e volume	24 pp.
8	Matrizes: classificação, operações, inversas; determinantes	27 pp.
9	Equações lineares; sistema de equações lineares: regra de Cramer, escalonamento, discussão	23 pp.
10	Análise combinatória: contagem, fatorial, permutações, arranjo, combinação; binômio de Newton	28 pp.
11	Probabilidade: introdução, probabilidade condicional, método binomial	24 pp.

3º ANO – 8 capítulos – 223 pp.

1	Matemática financeira: taxa percentual, juro simples, juro composto	18 pp.
2	Estatística: distribuição de frequências, gráficos, histograma, polígono de frequências, frequência relativa e probabilidade	30 pp.
3	Medidas estatísticas: média, moda, mediana, variância, desvio padrão	24 pp.
4	Geometria plana: ponto, reta, posição relativa entre duas retas, distância entre ponto e reta; inequações do 1º grau; área de triângulos	44 pp.
5	Circunferência: equações, posições relativas entre retas e circunferência e entre circunferências	18 pp.

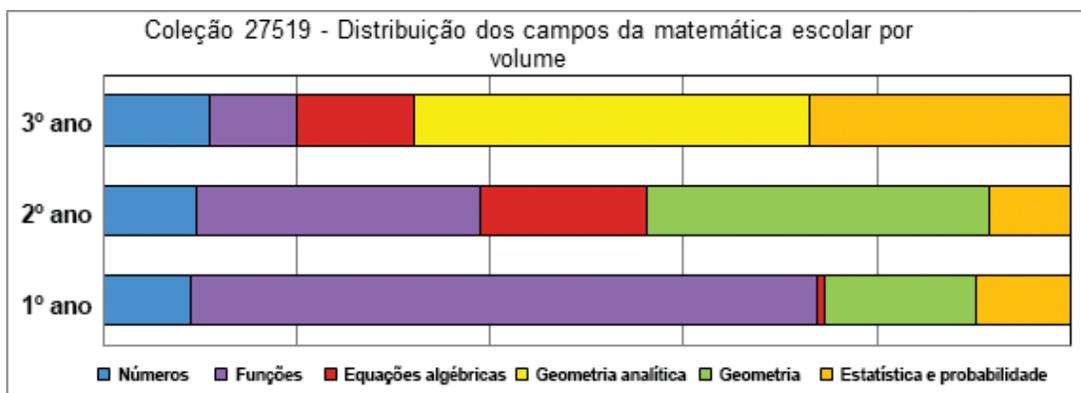
6	Cônicas: seções cônicas, elipse, parábola, hipérbole	20 pp.
7	Números complexos: definição, operações, representação geométrica, forma trigonométrica, operações na forma trigonométrica	22 pp.
8	Polinômios: definição, operações; equações polinomiais ou algébricas	24 pp.

ANÁLISE DA OBRA

Abordagem dos conteúdos matemáticos

Seleção e organização dos conteúdos matemáticos

Na obra, há uma quantidade excessiva de conteúdos a serem estudados em todos os campos da matemática escolar. Ao lado disso, a distribuição desses campos é pouco equilibrada. É o que ocorre com o estudo de funções, priorizado no primeiro livro em detrimento de outros campos, e com a geometria analítica, abordada apenas no terceiro.



Números

As explanações sobre os números racionais e irracionais, em particular no que diz respeito a suas representações decimais, são conduzidas sem o devido rigor, o que pode dificultar a compreensão desses conceitos. Apesar disso, faz-se uma demonstração adequada da irracionalidade de $\sqrt{2}$. Quanto ao estudo

da análise combinatória, exploram-se adequadamente contextos variados, que favorecem a compreensão do tema. No terceiro volume, o tratamento dado aos números complexos é predominantemente algébrico, além de serem reduzidas as articulações com a geometria.

Funções

Em geral, o desenvolvimento dos conteúdos desse campo é feito com base na exploração adequada de vários contextos. As funções afins, quadráticas, exponenciais e logarítmicas, assim como a matemática financeira, são bem trabalhadas. No entanto, a conexão das funções afins e quadráticas com as respectivas equações algébricas é muito superficial.

O estudo das funções trigonométricas inclui boas escolhas conceituais, mas é muito extenso e detalhado, o que pode ser desestimulante para os alunos. Outra limitação é que não se esclarece que as funções trigonométricas são modelos abstratos que expressam as oscilações nos fenômenos reais apenas de modo aproximado.

As sequências numéricas são apresentadas e definidas, adequadamente, como funções com domínio nos números naturais. Mas são priorizadas as progressões aritméticas e geométricas.

Equações algébricas

As matrizes são associadas, de início, a tabelas de dupla entrada, o que é uma escolha justificável. Porém, no estudo que se segue, valorizam-se aspectos técnicos, com a apresentação exaustiva e fragmentada de nomenclatura e de grande quantidade de regras. Idêntica crítica pode ser feita ao tratamento dedicado aos determinantes. No capítulo subsequente, abordam-se os sistemas lineares, que são resolvidos recorrendo-se às matrizes e aos determinantes (Regra de Cramer). Entretanto, o processo de solução de sistema por escalonamento, que é mais importante, recebe uma atenção insuficiente.

Geometria analítica

O campo é trabalhado exclusivamente no terceiro livro da coleção, com predominância do uso de fórmulas e de procedimentos algébricos. Além disso, é proposto um número excessivo de exercícios. O tratamento dado às equações de retas é muito fragmentado, o que não é apropriado. Em contrapartida, observa-se que algumas das deduções estão bem articuladas com outros campos da matemática escolar. Além disso, no trato das cônicas, são bem realizadas algumas validações dedutivas das equações da elipse e da hipérbole.

Geometria

Vários conceitos da geometria plana são retomados e ampliados de forma satisfatória, por meio de algumas validações empíricas e dedutivas. Há destaque para a demonstração do Teorema de Tales apoiada na fórmula da área de triângulos. Ao longo da coleção, nota-se um predomínio das provas dedutivas que são bem realizadas e justificadas adequadamente.

Estatística e probabilidade

O trabalho no campo apoia-se em boas contextualizações que, acertadamente, se referenciam em dados reais de situações socioeconômicas e políticas. Os conceitos relativos à estatística são apresentados de maneira satisfatória, com uma abordagem que valoriza o desenvolvimento das diferentes fases da pesquisa estatística. No que diz respeito à coleta e organização dos dados, os conteúdos discutidos no primeiro volume são devidamente retomados e aprofundados no terceiro. Por sua vez, os conceitos referentes à probabilidade são sempre retomados e ampliados, adequadamente.

Metodologia de ensino e aprendizagem

Os capítulos são iniciados com a apresentação de situações práticas envolvendo os conteúdos matemáticos que serão estudados. Ao longo da coleção, a sistematização dos conceitos, com explanação teórica, seguida de exemplificações e de exercícios propostos, pode levar a uma ação pedagógica muito diretiva. Apesar disso, a obra propicia elementos que contribuem para contornar essa limitação. De fato, muitos questionamentos propostos, assim como as demonstrações realizadas, visam desenvolver o pensamento crítico. As interações aluno-aluno e aluno-professor são constantemente valorizadas nas seções *Pesquisa-ação*, e principalmente nos boxes *Refleta* e *Explore*, o que possibilita um ambiente produtivo de diálogo, pesquisa e produção de conhecimentos.

É elogiável o trabalho com planilhas eletrônicas que são bem exploradas em diferentes situações, ao longo da obra. Em alguns momentos, há incentivo ao uso de *softwares* matemáticos e de calculadoras. Mas, no caso dessas últimas, a prioridade é para os aspectos técnicos em detrimento dos pedagógicos, o que pouco contribui para a elaboração ou validação de conjecturas por parte dos alunos.

Contextualização

Por toda a coleção, os conhecimentos matemáticos são adequadamente relacionados às práticas sociais e a outras áreas de conhecimento. Isso ocorre tanto no desenvolvimento dos conteúdos quanto na proposição de exercícios.

Já na abordagem da história da Matemática, encontram-se apenas informações breves, sendo a ênfase na identificação dos personagens envolvidos com o desenvolvimento de um dado tema e suas localizações no tempo histórico.

Linguagem e aspectos gráfico-editoriais

A linguagem é clara e acessível. No geral, a obra também é visualmente agradável, com uma boa organização dos textos nas páginas, que é completada pela distribuição de imagens variadas e bem escolhidas.

Manual do professor

AVALIAÇÃO			
Itens	Superficial	Suficiente	Com destaque
Fundamentação teórica que norteia a coleção			
Contribuições para a formação do professor			
Orientações para a avaliação da aprendizagem			
Orientações para o uso do livro didático			
Orientações para o uso de recursos didáticos			
Orientações para o desenvolvimento das atividades			
Soluções das atividades propostas			
Sugestões de atividades complementares			

São feitas indicações de leituras significativas que podem, de fato, contribuir para a formação docente. As orientações didáticas são igualmente importantes para o trabalho do professor e bem apoiadas pelas atividades propostas e complementares.

No entanto, o Manual resente-se de um bom direcionamento de possíveis alterações a serem realizadas na ordem de apresentação dos conteúdos e de quais conteúdos devem ser priorizados.

Em sala de aula

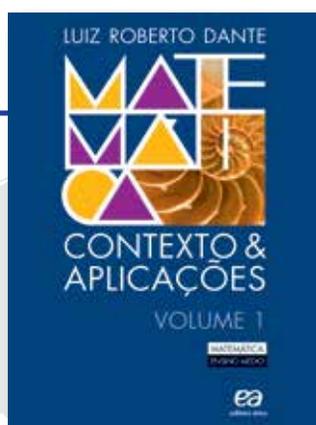
Diante do excesso de conteúdos abordados e das muitas sugestões de pesquisas, de trabalhos em grupo e de uso de alguns recursos tecnológicos, é recomendável que o docente estabeleça os conteúdos prioritários a trabalhar em sala de aula. Será preciso decidir o que atende melhor aos seus alunos, bem como avaliar possibilidades e formas de viabilizar a condução das atividades, de acordo com o planejamento escolar.

A leitura do Manual do Professor será um apoio precioso, pois dele constam orientações importantes para o desenvolvimento das propostas contidas no Livro do Aluno.

A apresentação das demonstrações matemáticas requer uma preparação cuidadosa, dado o caráter abstrato desse processo de validação. Um bom exemplo para exercitar essa preparação é a prova da irracionalidade de $\sqrt{2}$.

Com respeito à utilização de recursos didáticos, seria interessante o professor explorar bastante o trabalho com planilhas eletrônicas, bem presente na obra, e suplementar os usos de instrumentos, calculadora e materiais concretos, menos valorizados na coleção.

Professor, não deixe de consultar o texto *Considerações gerais sobre livros didáticos para o ensino médio*, que você encontra na parte final deste Guia. Sua leitura pode contribuir para a escolha que você vai fazer e, também, para o trabalho pedagógico com a coleção adotada.



MATEMÁTICA: CONTEXTO & APLICAÇÕES

Luiz Roberto Dante

27582COL02
Coleção Tipo 2

Editora Ática
2ª edição 2013

[www.atica.com.br/pnld2015/
matematicacontextoeaplicacoes](http://www.atica.com.br/pnld2015/matematicacontextoeaplicacoes)

VISÃO GERAL

Os conteúdos da coleção são apresentados de maneira clara e contextualizada, porém, a quantidade de conceitos abordados e de atividades propostas é excessiva.

São estabelecidas articulações apropriadas entre os campos da matemática escolar e há cuidado em recuperar os conhecimentos já estudados pelo aluno. Mas, em geral, a sistematização é feita de modo precoce, o que pode dificultar o desenvolvimento da autonomia intelectual do aluno.

O Manual do Professor contém bons subsídios para o desenvolvimento das atividades propostas aos alunos, além de trazer contribuições úteis para a formação continuada do docente.

DESCRIÇÃO DA OBRA

Os livros da coleção dividem-se em quatro unidades, cada uma delas organizada em capítulos. Tanto as unidades quanto os capítulos, iniciam-se com uma contextualização dos temas a serem desenvolvidos, feita por meio de textos e imagens. Seguem-se as explanações teóricas, intercaladas pelas seções *Exercícios Resolvidos* e *Exercícios*, e por diversas outras: *Leitura, Matemática e tecnologia; Um pouco mais*, para estudo optativo; *Pensando no ENEM; Outros contextos*, com temas interdisciplinares, e *Vestibulares de Norte a Sul*. Ao longo do texto, há pequenos boxes intitulados *Para refletir, Fique atento* e *Você sabia?*. No final de cada livro, encontram-se, ainda, as seções *Caiu no Enem, Respostas, Sugestões de leituras complementares, Significado das siglas de vestibulares, Bibliografia* e Índice remissivo.

Na obra são abordados os seguintes conteúdos matemáticos:

1º ANO – 4 unidades – 8 capítulos – 254 pp.		
1	Conjuntos numéricos: naturais, inteiros, racionais, reais; linguagem dos conjuntos	30 pp.
	Funções: noção, definição, domínio, gráfico, taxa de variação média, classificação; funções e sequências	30 pp.

2	Função afim: definição, taxa de variação média, gráficos, sinal; inequações do 1º grau; função modular	32 pp.
	Função quadrática: definição, gráfico, zeros, vértice, sinal, máximo e mínimo; conexão com progressão aritmética	42 pp.
3	Função exponencial: definição, conexão com progressões; equações e inequações exponenciais	30 pp.
	Logaritmo e função logarítmica: definições; equações e inequações logarítmicas	30 pp.
4	Sequências: definição, progressões aritmética e geométrica	30 pp.
	Trigonometria no triângulo retângulo: semelhança de triângulos, relações métricas e trigonométricas	30 pp.

2º ANO – 4 unidades – 12 capítulos – 288 pp.

1	Trigonometria: seno, cosseno, lei dos senos, lei dos cossenos	16 pp.
	Conceitos trigonométricos básicos: arcos e ângulos, circunferência trigonométrica, arcos côngruos	9 pp.
	Funções trigonométricas: seno, cosseno, tangente, redução ao 1º quadrante; ideia geométrica de tangente	20 pp.
	Relações trigonométricas fundamentais; adição de arcos; equações trigonométricas	19 pp.
2	Matrizes: definição, representação, igualdade, operações; matriz transposta; determinante; matriz inversa	34 pp.
	Sistemas de equações lineares: solução, equivalentes, escalonamento, classificação	226 pp.

3	Polígonos regulares inscritos na circunferência; área de figuras geométricas planas elementares	24 pp.
	Geometria espacial: posições relativas; paralelismo; perpendicularidade; projeção ortogonal; distâncias	24 pp.
	Poliedros: convexo, não convexo, regulares; prismas e pirâmides: área de superfície e volume	33 pp.
	Cilindro, cone e esfera: área de superfície e volume	27 pp.
4	Princípio fundamental da contagem; permutações; arranjos; combinações; binômio de Newton	24 pp.
	Fenômenos aleatórios, espaço amostral, eventos; probabilidades; método binomial	32 pp.

3º ANO – 4 unidades – 8 capítulos – 202 pp.

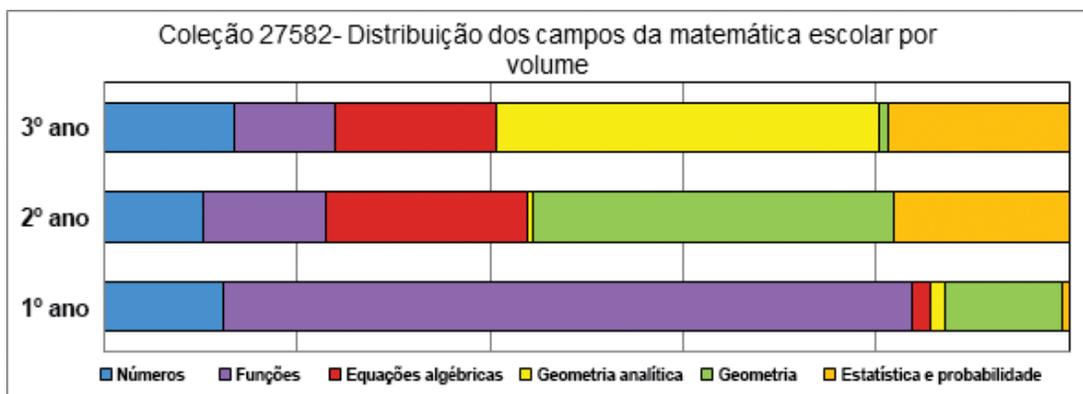
1	Matemática financeira: porcentagem, fator de atualização, juros, equivalência de taxas	20 pp.
	Estatística: termos, representação gráfica, medidas de tendência central e de dispersão; probabilidade	36 pp.
2	Sistema cartesiano ortogonal; pontos: distância; reta: inclinação, equações, posições relativas, distâncias	28 pp.
	Circunferência: definição e equação, posições relativas, problemas de tangência	20 pp.
3	Parábola, elipse e hipérbole: origem, definição, equação	30 pp.
	Números complexos: conjunto, forma algébrica, operações, conjugado, módulo, forma trigonométrica	26 pp.
4	Polinômios: definição, função polinomial, valor numérico, igualdade, raiz, operações	16 pp.
	Equações algébricas: teorema fundamental da álgebra; relações de Girard; raízes racionais e complexas	16 pp.

ANÁLISE DA OBRA

Abordagem dos conteúdos matemáticos

Seleção e organização dos conteúdos matemáticos

Na coleção, foi feita uma escolha elogiável de eliminar alguns tópicos dispensáveis nessa fase do ensino e, também, de propor que alguns dos demais sejam optativos. Contudo, ainda há excesso de conteúdo matemático proposto e, por vezes, conceitos indicados como opcionais são empregados posteriormente, na obra, no estudo de conteúdos não optativos. A distribuição dos campos matemáticos segue a tradição de concentrar o estudo de funções no primeiro ano, o de geometria no segundo e o de geometria analítica no terceiro. Além disso, os conteúdos de estatística e probabilidade estão quase ausentes no livro do primeiro ano e a geometria analítica no segundo volume. Essa distribuição dos campos da matemática escolar ao longo dos anos pode prejudicar a inter-relação entre eles.



Números

Observa-se que os conteúdos relativos aos conjuntos numéricos são, no geral, bem sistematizados e encontram-se distribuídos ao longo dos três volumes.

As diferentes maneiras de representar elementos de um conjunto são bem exploradas e as representações dos conjuntos numéricos por meio de diagramas são bem feitas, assim como as representações geométrica e trigonométrica dos números complexos e a representação dos números binomiais. No livro do 3º ano, são bem feitas as articulações entre os números complexos e outros tópicos, como a trigonometria e a geometria dos polígonos regulares e das rotações no plano.

Os cálculos por estimativa e aproximações são pouco explorados, aparecendo somente em uma seção do primeiro volume e de maneira desconectada com o conteúdo que está sendo apresentado no capítulo.

A abordagem da análise combinatória é feita de maneira bem adequada. São apresentadas situações que mostram a necessidade de técnicas de contagem e as resoluções de diferentes problemas apoiam-se no Princípio Fundamental da Contagem, o que é elogiável.

Funções

No campo das funções, o processo de sistematização é, em geral, bem realizado e as diferentes formas de representar funções estão inter-relacionadas. Além disso, tal processo é, frequentemente, acompanhado de situações contextualizadas que envolvem as funções afim, quadrática, exponencial e logarítmica. Essas funções são articuladas de modo adequado com os conceitos de sequências aritméticas e geométricas, escalas, geometria, matemática financeira, Física e Biologia. É elogiável o tratamento integrado dos sinais das funções afim e quadrática com as inequações correspondentes. Entretanto, por vezes, na escolha do conceito matemático para abordar um fenômeno, não se discute o caráter aproximado do modelo abstrato adotado.

No texto, a definição de sequência como função é bem apropriada. A apresentação da sequência de Fibonacci é um bom exemplo para que o aluno compreenda que existem outras sequências além da aritmética e da geométrica.

Quanto às funções trigonométricas, destaca-se positivamente a atenção dedicada às funções obtidas por meio de mudanças de variável em que se toma como base as funções seno ou cosseno. Sabe-se que tais mudanças de variável fornecem famílias bem gerais de funções periódicas. Contudo, não se alerta para o fato de que essas funções são modelos matemáticos importantes, porém apenas aproximados dos fenômenos naturais. Outra limitação da obra diz respeito ao capítulo dedicado às identidades trigonométricas, que é extenso e muito técnico.

Equações algébricas

Quanto ao campo de equações algébricas, as matrizes são corretamente exploradas por meio de uma boa abordagem inicial, com atribuição de significado a esse conceito a partir de tabelas de dupla entrada. Existem situações contextualizadas que envolvem aplicações de matrizes, particularmente com transformações geométricas e criptografia. Determinantes de 2ª e 3ª ordem são sistematizados com apoio na análise de sistemas lineares 2×2 e 3×3 , o que pode contribuir para dar mais significado aos conceitos trabalhados. Os sistemas lineares, de forma adequada, são classificados e interpretados geometricamente no plano ou no espaço. Utilizam-se tanto o processo de escalonamento quanto os determinantes na resolução e classificação de sistemas lineares. Entretanto, em face de sua importância, o escalonamento carece de maior atenção no livro.

Os polinômios são trabalhados com base em tópicos da geometria plana ou

da espacial, o que favorece o entendimento do aluno. De modo satisfatório, após um breve comentário sobre funções polinomiais, retoma-se o estudo dos polinômios e das equações.

Geometria analítica

O estudo da geometria analítica inicia-se por uma abordagem histórica e salienta-se que o campo representa uma importante conexão entre a geometria e a álgebra. Os conteúdos trabalhados no primeiro volume são retomados adequadamente, mas apenas no livro do terceiro ano.

Na apresentação dos conteúdos desse campo são efetuadas conexões com álgebra, funções e geometria plana, e o trabalho é concentrado nos estudos de reta, circunferência e cônicas, o que é positivo. Contudo, a discussão para a obtenção das equações da parábola, elipse e hipérbole é por demais extenso para essa etapa do ensino.

Geometria

O estudo da geometria é, em geral, realizado de maneira satisfatória. Na geometria plana, é feita uma revisão de polígonos e de áreas de figuras planas, com demonstrações claras e breves, o que é positivo. O Teorema de Tales é demonstrado somente para o caso dos segmentos de reta comensuráveis, mas há uma oportuna menção à sua validade no caso dos segmentos incomensuráveis. Observa-se uma articulação satisfatória entre a geometria e os demais campos da matemática escolar. Em muitos momentos, por exemplo, são bem estabelecidas as relações entre a geometria e o campo das grandezas e medidas.

Em contrapartida, a geometria espacial de posição é estudada de modo extenso, fragmentado e com excesso de classificações sobre as posições relativas de retas e planos, além de haver muitos exercícios repetitivos. Observa-se, ainda, que as aplicações desses conceitos às representações planas de objetos espaciais não são exploradas.

No estudo das figuras espaciais, apresentam-se boxes em que são articulados ou enfatizados conhecimentos anteriormente estudados, o que favorece a aprendizagem. Os poliedros são definidos apropriadamente como sólidos geométricos tridimensionais. Entretanto, não se adverte o aluno que, no caso, as planificações referem-se apenas às superfícies que formam as fronteiras desses sólidos. No cálculo do volume dos sólidos geométricos, faz-se uma dedução apropriada da fórmula do volume do paralelepípedo retângulo. E mais, de modo bem justificado, recorre-se ao Princípio de Cavalieri na dedução das fórmulas para o volume dos demais sólidos geométricos usualmente estudados nessa fase da aprendizagem.

Em geral, a sistematização no campo de estatística e probabilidade é conduzida de maneira apropriada, sendo acompanhada de diversos tipos de representação gráfica, fato que favorece a observação ampla e direta dos dados tabulados. Corretamente, os diferentes gráficos estatísticos são estudados por meio de situações contextualizadas. A construção desses gráficos também é explorada na obra, o que contribui para a consolidação dos conteúdos. São apresentadas as medidas de posição e de dispersão. Ao tratar das medidas de posição, a obra traz situações que esclarecem os significados de tais medidas. Contudo, dedica-se pouca atenção à coleta de dados pelo aluno.

Apropriadamente, inclui-se, no final do capítulo de estatística, uma breve seção sobre a relação entre estatística e probabilidade. Entretanto, nem sempre é salientado, nos problemas de probabilidade, que o experimento é aleatório e que os eventos elementares envolvidos são equiprováveis.

Metodologia de ensino e aprendizagem

No que compete à metodologia de ensino e aprendizagem, os conteúdos são trabalhados por meio de situações contextualizadas, seguidas de explicações teóricas e de exercícios resolvidos ou propostos. Entretanto, as contextualizações sugeridas nas apresentações dos conteúdos são pouco utilizadas na sequência do texto. Este se caracteriza pela formalização precoce dos conceitos, o que limita a possibilidade de o aluno estabelecer suas próprias conclusões. Diversas atividades são indicadas para o trabalho em grupo ou em equipe, com o objetivo de proporcionar a interação entre os alunos. Mas, de fato, muitas delas são análogas às demais e não atingem graus de dificuldade que demandem essa interação. Há incentivo ao uso de materiais concretos diversificados e de recursos tecnológicos com vistas a facilitar os cálculos ou contribuir para a aprendizagem, embora, na maioria dos casos, não seja explorado todo o potencial pedagógico desses recursos. Na obra, apresentam-se, frequentemente, destaques em boxes, tais como, *Para refletir*, *Fique atento!* e *Você sabia?* Esses boxes têm o objetivo de chamar a atenção do aluno para dicas importantes ou reflexões sobre determinados conteúdos. Também se destacam, na coleção, seções específicas com atividades que visam o aprofundamento dos conteúdos e o desenvolvimento de capacidades básicas.

Contextualização

Na obra, o contexto mais frequente para atribuição de significado aos conceitos é a própria Matemática. Entretanto, os livros incluem uma seção específica em que se buscam relacionar os conteúdos estudados a práticas sociais e a outras áreas do conhecimento. Além disso, há um bom número de questões propostas que envolvem aplicações da Matemática a diversos contextos. Ao longo

da coleção, recorre-se à história da Matemática para iniciar a discussão de um assunto ou como leitura complementar. No entanto, poucas vezes esse contexto é utilizado no desenvolvimento de conceitos.

Linguagem e aspectos gráfico-editoriais

Quanto aos aspectos gráfico-editoriais, a obra é bem organizada por unidades, capítulos e tópicos, além de possuir um bom sumário, o que facilita a localização dos conteúdos pelo leitor. Contribui, também, para isso, um índice remissivo que vem ao final do Livro do Aluno.

Empregam-se vários tipos de textos e o vocabulário é acessível ao aluno do ensino médio, o que são pontos positivos na obra. As instruções e informações também são adequadas e apresentadas de forma clara e objetiva. De modo geral, os textos estão distribuídos nas páginas de forma equilibrada e isso contribui para uma leitura agradável.

Manual do professor

AVALIAÇÃO			
Itens	Superficial	Suficiente	Com destaque
Fundamentação teórica que norteia a coleção			
Contribuições para a formação do professor			
Orientações para a avaliação da aprendizagem			
Orientações para o uso do livro didático			
Orientações para o uso de recursos didáticos			
Orientações para o desenvolvimento das atividades			
Soluções das atividades propostas			
Sugestões de atividades complementares			

Os pressupostos teóricos, os objetivos que nortearam a elaboração da coleção e a metodologia adotada estão bem explicitados no Manual. Entretanto, nem sempre as opções metodológicas adequadas são plenamente seguidas no Livro do Aluno.

São apresentados, por capítulo, os conteúdos abordados no texto do aluno com os respectivos objetivos, habilidades e competências associados à matriz de referência do Enem e considerações sobre algumas das atividades propostas, além de outras, que podem complementar o trabalho em sala de aula.

No Manual, encontram-se indicações de *sites*, *softwares*, que visam contribuir para a formação continuada do professor. A bibliografia indicada seria mais útil ao docente caso destacasse os títulos mais importantes e incluísse itens mais atualizados.

Em sala de aula

Ao professor caberá selecionar aqueles conteúdos que considere mais adequados a seus estudantes em face do extenso repertório oferecido na coleção.

Como em alguns momentos os tópicos matemáticos são sistematizados de modo precoce, aconselha-se o docente a prever um tempo maior para que o estudante elabore os conceitos envolvidos. A leitura do Manual do Professor é recomendável, pois ele contém observações úteis sobre aspectos dos tópicos trabalhados e traz, ainda, atividades complementares importantes.

Vale a pena planejar atividades com o uso proveitoso de recursos concretos, como calculadora, softwares e computador, para que seja explorado um leque maior de possibilidades oferecidas por esses recursos.

Professor, não deixe de consultar o texto *Considerações gerais sobre livros didáticos para o ensino médio*, que você encontra na parte final deste Guia. Sua leitura pode contribuir para a escolha que você vai fazer e, também, para o trabalho pedagógico com a coleção adotada.



MATEMÁTICA – PAIVA

Manoel Rodrigues Paiva

27583COL02
Coleção Tipo 2

Editora Moderna
2ª edição 2013

<http://www.moderna.com.br/pnld2015/maticapaiva/>

VISÃO GERAL

As explicações teóricas, acompanhadas de exemplos, problemas resolvidos e questões propostas são a opção metodológica que predomina na obra. Desse modo, a participação mais ativa do aluno no processo de sua aprendizagem fica limitada. Em contrapartida, há cuidado em relacionar os conteúdos com situações significativas e em propor atividades de aplicação da matemática escolar em contextos variados.

Destacam-se as atividades nas quais se propõe, ao aluno, a análise de erros comuns na aprendizagem. Ao lado dessas, sugestões de trabalho em grupo e o incentivo à interação entre alunos e entre estes e o professor contribuem positivamente para a aprendizagem.

O Manual do Professor traz boas contribuições para o trabalho em sala de aula e para a formação continuada do docente.

DESCRIÇÃO DA OBRA

Os volumes da coleção organizam-se em capítulos, que trazem uma apresentação composta de imagens gráficas e de textos para discussão sobre os temas centrais a serem estudados. A seguir, esses temas são divididos em tópicos, que são trabalhados por meio de explicações, questões resolvidas e exercícios propostos. No final de todos os capítulos, encontram-se as seções: Roteiro de trabalho; Exercícios complementares; Análise da resolução; e Matemática sem fronteiras, esta última com atividades relacionadas a diferentes contextos de emprego da Matemática. Já a seção Trabalho em equipe está presente apenas em alguns dos capítulos. Os livros são finalizados com indicações de leituras complementares, respostas dos exercícios e das atividades, listas de siglas de instituições educacionais e bibliografia.

Na obra são abordados os seguintes conteúdos:

1º ANO – 12 capítulos – 304 pp.		
1	Conjuntos: conceitos primitivos, notação, classificação, subconjunto, universo, operações; conjuntos numéricos; eixo real	36 pp.

2	Equações, inequações e sistemas de equações polinomiais do 1º grau; equações polinomiais do 2º grau – matemática financeira: porcentagem, juros simples, juros compostos	21 pp.
3	Polígonos: elementos, classificação; triângulos: classificação, propriedades; teorema de Tales; semelhança de: figuras planas, triângulos; relações métricas no triângulo retângulo	23 pp.
4	Circunferência e círculo: definições, elementos, posições relativas, ângulos inscrito e central – perímetro e área; área de figuras planas	27 pp.
5	Sistemas de coordenadas cartesianas; função: conceito, representações, imagem, estudo do sinal	20 pp.
6	Funções de variáveis reais: domínio e contradomínio, zero, variação; funções inversas	17 pp.
7	Função polinomial do 1º grau: definição, gráfico; funções definidas por mais de uma sentença; inequação produto e inequação quociente	20 pp.
8	Função polinomial do 2º grau: definição, gráfico, máximo e mínimo, sinal; inequações polinomiais	19 pp.
9	Distância entre dois pontos; módulo, equações e inequações modulares; função modular	15 pp.
10	Potenciação e radiciação; função exponencial: definição, gráfico; equação e inequação exponencial	24 pp.
11	Logaritmo: propriedades; função logarítmica: propriedades; equação e inequação logarítmica.	25 pp.
12	Sequências: conceito, termos, lei de formação; progressões aritmética e geométrica: classificação, termo geral, soma dos termos	30 pp.

2º ANO – 12 capítulos – 320 pp.

1	Trigonometria no triângulo retângulo: distâncias, razões trigonométricas, seno, cosseno e tangente	13 pp.
2	Circunferência trigonométrica: ângulo, arco, radiano, simetrias, seno, cosseno; relação fundamental da trigonometria; equações e inequações trigonométricas	27 pp.
3	Tangente; equações e inequações trigonométricas; secante, cossecante e cotangente	14 pp.
4	Seno, cosseno e tangente da soma de arcos; seno, cosseno e tangente do arco duplo	10 pp.
5	Funções trigonométricas: seno, cosseno e tangente; cálculo da área de um triângulo	23 pp.
6	Matrizes: definição, tipos especiais, igualdade, adição, subtração, multiplicação	16 pp.
7	Equação linear; sistema de equações lineares: definição, solução, classificação, resolução	17 pp.
8	Determinantes; sistemas lineares e determinantes; sistema linear homogêneo	16 pp.
9	Análise combinatória: princípio fundamental da contagem, princípio aditivo da contagem, fatorial	16 pp.
10	Métodos de contagem: arranjos, permutações e combinação simples; binômio de Newton	22 pp.
11	Probabilidade: definição, propriedades; adição de probabilidades; probabilidade condicional; multiplicação de probabilidades	22 pp.
12	Geometria de posição: noções básicas, posições relativas entre elementos do espaço, perpendicularidade, projeção ortogonal, ângulos no espaço; poliedros	27 pp.

13	Prismas; paralelepípedo e cubo: área e volume; prismas e pirâmide: área e volume; tronco de pirâmide	28 pp.
14	Corpos redondos: introdução; cilindro, cone circular e esfera: elementos, área e volume	26 pp.

3º ANO – 9 capítulos – 231 pp.

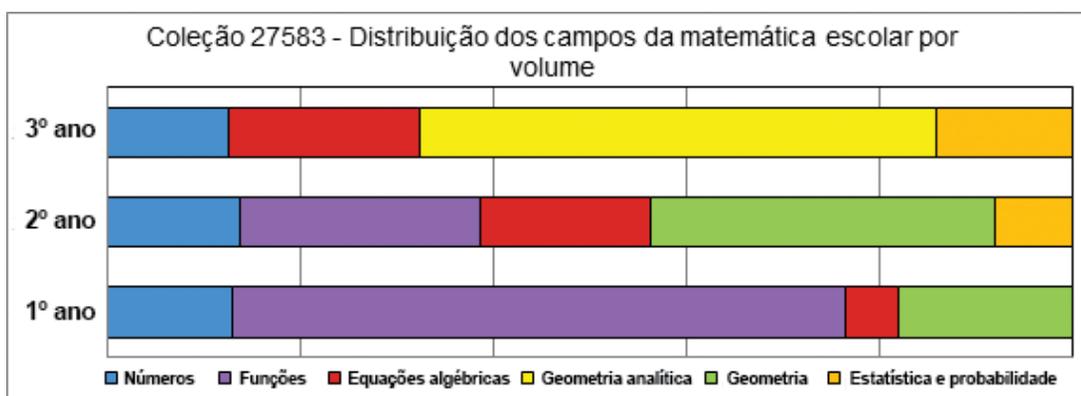
1	Estatística: conceitos preliminares, distribuição de frequências, tabelas e gráficos, média, moda, mediana, desvio médio, variância, desvio padrão	28 pp.
2	Distância entre dois pontos; ponto médio de segmentos; reta: determinação, inclinação, coeficiente angular, equação fundamental	22 pp.
3	Formas de equação da reta: equação geral, equação reduzida, equações paramétricas	17 pp.
4	Distância entre ponto e reta; área de um triângulo; alinhamento de três pontos; inequações do 1º grau	15 pp.
5	Equações da circunferência: reduzida, geral; posições relativas de ponto e reta com a circunferência	16 pp.
6	Cônicas: visualização, origem, definição; elipse, hipérbole e parábola: construção, equação reduzida	36 pp.
7	Números complexos: forma algébrica e operações, representação geométrica, módulo, forma trigonométrica e operações	25 pp.
8	Polinômios: definição, operações; fração polinomial; divisão de polinômios por binômios do 1º grau: teorema do resto, teorema de D'Alembert, dispositivo de Briot-Ruffini	22 pp.
9	Equações polinomiais: definição, teorema fundamental da álgebra, teorema da decomposição, teorema das raízes imaginárias, teorema das raízes racionais, relações de Girard	17 pp.

ANÁLISE DA OBRA

Abordagem dos conteúdos matemáticos

Seleção e organização dos conteúdos matemáticos

Os conteúdos selecionados são os tradicionalmente propostos para a formação matemática no ensino médio. Mesmo assim, nota-se uma boa escolha ao se abordarem as equações algébricas do 1º e do 2º graus logo no início do primeiro volume. Na distribuição dos conteúdos, igualmente, não se foge ao usual: o estudo de funções está concentrado no livro do primeiro ano e o de geometria analítica no terceiro livro, o que dificulta as diversas articulações entre esses dois campos. Além disso, a estatística é tratada somente no livro do 3º ano, o que torna o seu estudo pouco uniforme, ao longo do ensino médio. Apesar disso, nota-se empenho no estabelecimento de articulações entre os conhecimentos novos e os já abordados, o que é um aspecto elogiável da coleção.



Números

Os conjuntos numéricos são apresentados e justificados como modelos eficientes para resolver problemas, tanto do cotidiano quanto da própria Matemática. A necessidade dos irracionais é referida, como é usual, ao problema da medida da diagonal de um quadrado, tomando-se o comprimento do lado para unidade. Mas não se explicita que tal problema só surge no âmbito abstrato da Matemática e não na medição empírica de objetos do mundo físico. A abordagem da análise combinatória baseia-se nos princípios de contagem e na problematização de situações contextualizadas particulares e significativas. No processo de sistematização dos conhecimentos, observa-se cuidado com a passagem do particular para o geral. No entanto, são pouco frequentes as atividades em que o aluno pode desenvolver a capacidade de fazer estimativas numéricas e de me-

dição de grandezas. Além disso, verifica-se o uso indevido do sinal de igual para valores numéricos aproximados.

Funções

As funções são exploradas por meio de problemas contextualizados, interessantes e com informações atualizadas. Observa-se riqueza de linguagem e diferentes tipos de representação: por meio de diagramas, tabular, gráfica e algébrica.

No volume do 1º ano, a matemática financeira é trabalhada adequadamente em ligação com temas básicos da álgebra. As sequências são definidas de modo apropriado como funções e, em seguida, é feito o estudo das progressões aritméticas e geométricas com apoio em exemplos e problemas contextualizados. Essa organização favorece a compreensão dos conceitos trabalhados.

Há articulação adequada e significativa das funções com outros campos da matemática escolar, em especial com as grandezas geométricas.

Equações algébricas

A abordagem das matrizes é feita por meio de tabelas que contêm informações contextualizadas e significativas para os alunos. O uso de tais informações, na resolução de problemas, orienta o processo de generalização e de sistematização das operações com matrizes. Encontram-se problemas que exploram as transformações geométricas no plano, associadas às suas representações matriciais.

Na resolução dos sistemas lineares, o escalonamento é usado, acertadamente, antes do cálculo de determinantes. De modo igualmente apropriado, o escalonamento é utilizado para iniciar o cálculo de determinantes, sendo estes últimos, empregados, a seguir, na discussão dos sistemas lineares. No volume do 3º ano, a associação do cálculo do volume de sólidos e de áreas de superfícies com os polinômios é bem realizada. O mesmo ocorre ao serem retomadas as operações com esses polinômios. De maneira geral, percebe-se que há equilíbrio entre a teoria e os cálculos algébricos.

Geometria analítica

Na abordagem adotada no campo, procura-se estabelecer a relação básica da geometria analítica entre as figuras geométricas e suas equações (ou inequações). Entretanto, há demasiada atenção a regras e fórmulas em detrimento das atividades de investigação, exploração e descoberta das variadas consequências daquela relação básica. No estudo das retas, trabalham-se as equações geral, reduzida e paramétrica de uma reta e as posições relativas entre retas; porém esse estudo é muito fragmentado. No início do trabalho com as circunferências, apresentam-se

aplicações interessantes ao estudo do processo de formação de um *tsunami* e do funcionamento de um sistema de alerta. Em seguida, é utilizado o método de completar quadrados para obtenção da equação da circunferência na forma canônica, o que é elogiável. O estudo das cônicas é iniciado, acertadamente, por sua apresentação como seções de um cone, seguida de uma breve apresentação da origem dessas curvas e suas aplicações e do estudo de seus elementos e equações.

Geometria

Em geral, o estudo das figuras geométricas planas é apresentado por meio de suas conexões com propriedades de objetos do mundo físico. A geometria espacial de posição é iniciada com a comparação entre figuras planas e não planas. Poliedros, prismas, pirâmides, cilindros, cones, troncos e esferas são abordados com rigor adequado ao nível de ensino a que se destina a obra. O Princípio de Cavalieri é empregado corretamente para a obtenção do volume de sólidos geométricos.

No geral, é feita uma articulação satisfatória entre os três domínios que integram o estudo da geometria: os conceitos, os objetos do mundo físico associados a esses conceitos e as representações verbais ou gráficas.

Estatística e probabilidade

Apropriadamente, as ideias de incerteza em experimentos aleatórios, de espaço amostral e de espaço amostral equiprovável, são exploradas antes de se definir a probabilidade de um experimento e de serem discutidas suas diferentes formas de representação: fracionária, decimal e percentual. Tal procedimento colabora para a compreensão do pensamento probabilístico.

O estudo de estatística inicia-se, corretamente, com a apresentação das etapas de planejamento e execução de uma pesquisa estatística. Porém, não há atividades que visem desenvolver no aluno procedimentos de coleta e organização de dados. Há ausência de propostas de atividades que utilizem recursos computacionais, como planilhas eletrônicas e calculadoras científicas.

Metodologia de ensino e aprendizagem

Os conteúdos são apresentados por meio de explicações teóricas e exemplos, seguidos de problemas resolvidos e de questões propostas. Essa opção metodológica, que é predominante na obra, limita a participação do aluno no processo de sua aprendizagem. Apesar disso, observam-se outras escolhas que atenuam essa limitação. Nota-se, por exemplo, o cuidado em relacionar os conteúdos com situações significativas, seja nas páginas de abertura dos capítulos, seja nas atividades, resolvidas ou propostas, que envolvem aplicações da Matemática. Ao lado disso, concorrem para a participação do aluno, as propostas de reflexão encontradas nas seções *Roteiro de Trabalho e Análise da resolução*. Nesta última, é apresentada a resolução incorreta de uma questão e solicita-se do

aluno a identificação dos erros e sua correção. O trabalho em grupo, assim como a interação entre alunos e entre estes e o professor, também contribui positivamente para a aprendizagem.

As indicações para o uso de instrumentos de desenho geométrico são adequadas, mas as atividades para exploração do computador e da calculadora são insuficientes. Em geral, esta última é recomendada somente para facilitar os cálculos e o computador para pesquisas na *internet*.

Contextualização

Na coleção, são frequentes as conexões da matemática escolar com outras áreas do conhecimento, em particular na seção *Matemática sem fronteiras*, o que pode tornar o estudo mais interessante e significativo. Também são apresentadas algumas situações em que se busca relacionar o conteúdo matemático com práticas sociais. No entanto, nem sempre tais articulações são bem exploradas.

Há poucas situações em que se recorre à história da Matemática para compreensão de um determinado conteúdo. Geralmente, ela é usada apenas de modo ilustrativo, com a apresentação de personagens, fatos e datas.

Linguagem e aspectos gráfico-editoriais

A linguagem utilizada na coleção é clara e diversificada. Além disso, o seu projeto gráfico-editorial é bem realizado e incluiu o uso de informações e imagens atuais, o que atende aos objetivos didático-pedagógicos visados.

Manual do professor

AVALIAÇÃO			
Itens	Superficial	Suficiente	Com destaque
Fundamentação teórica que norteia a coleção			
Contribuições para a formação do professor			
Orientações para a avaliação da aprendizagem			
Orientações para o uso do livro didático			
Orientações para o uso de recursos didáticos			
Orientações para o desenvolvimento das atividades			
Soluções das atividades propostas			
Sugestões de atividades complementares			

Os objetivos que norteiam a elaboração da coleção são claros e coerentes com os pressupostos teóricos expostos na denominada *Parte Geral* do Manual. São apresentadas reflexões sobre o papel da avaliação e sobre alguns dos aspectos a serem observados nesse processo, além dos diferentes instrumentos que podem ser utilizados. Também se discute a importância da análise atenta da produção escrita dos alunos e, ainda, o papel do erro para o aperfeiçoamento dos processos de ensino e de aprendizagem.

Por outro lado, há poucas orientações sobre possíveis sequências de estudo dos conteúdos do Livro do Aluno. Apesar disso, o Manual oferece subsídios metodológicos relativos aos infográficos e aos demais tópicos abordados na obra. São também incluídas sugestões de atividades extras para os alunos, como problemas, jogos, leitura de textos, pesquisas, entre outras. Ao lado disso, há sugestões de leituras diversificadas e úteis para a formação continuada do professor.

Em sala de aula

Ao trabalhar com essa coleção, o professor é chamado a envolver o aluno na aprendizagem da matemática escolar com um razoável nível de rigor e apoio de um variado leque de conexões com outros saberes teóricos e práticos. A leitura cuidadosa do Manual do Professor, certamente, contribuirá para o aprimoramento do seu trabalho. Nele, podem ser encontrados aprofundamentos dos conteúdos estudados no Livro do Aluno, além da resolução detalhada das atividades propostas.

É desejável que o professor amplie o trabalho com a calculadora para que não se fique restrito apenas à realização de operações numéricas mais trabalhosas. Outra sugestão é que o docente planeje atividades que envolvam recursos computacionais tais como planilhas eletrônicas e softwares educacionais de livre acesso.

Professor, não deixe de consultar o texto *Considerações gerais sobre livros didáticos para o ensino médio*, que você encontra na parte final deste Guia. Sua leitura pode contribuir para a escolha que você vai fazer e, também, para o trabalho pedagógico com a coleção adotada.



MATEMÁTICA – CIÊNCIA E APLICAÇÕES

Gelson Iezzi 27585COL02
Osvaldo Dolce Coleção Tipo 2
David Mauro Degenszajn
Roberto Périgo Editora Saraiva
Nilze Silveira de Almeida 7ª edição 2013

www.editorasaraiva.com.br/pnld2015/matematica_ciencia_e_aplicacoes

VISÃO GERAL

A obra destaca-se pela escolha de um acentuado rigor matemático, porém adequado ao nível de ensino a que se destina.

A abordagem adotada na coleção obedece a um padrão: as noções a serem trabalhadas são, em geral, apresentadas com exemplos ou com atividades, seguidas de uma sistematização teórica e de novos exemplos ou exercícios resolvidos. Essa metodologia, reduz as possibilidades de o aluno participar de modo mais autônomo e crítico no processo de aprendizagem.

Tal forma de apresentação dos conteúdos, no entanto, é atenuada pelas boas contextualizações, que ora relacionadas à história da própria Matemática ou a outras áreas do conhecimento, ora a situações de práticas sociais.

DESCRIÇÃO DA OBRA

Os volumes da coleção são organizados em capítulos, divididos em itens em que se desenvolvem os conteúdos matemáticos visados. A exposição desses conteúdos inclui uma seção intitulada *Introdução*, que é seguida de explicações, exemplos, questões resolvidas e exercícios propostos. Aspectos da história da Matemática, assim como exemplos de aplicações em outras áreas do conhecimento permeiam os textos. Algumas vezes, esses usos da Matemática também são detalhados na seção *Aplicações*. Já na seção intitulada *Apêndices*, apresentam-se provas de algumas propriedades matemáticas. Frequentemente, o box *Pense nisto* contém chamadas com questões relacionadas ao assunto em estudo. Na conclusão dos capítulos, encontram-se mais exercícios propostos como desafios. Ao final de cada livro, estão todas as respostas às questões do texto. Por fim, há um índice remissivo.

Na obra são abordados os seguintes conteúdos:

1º ANO – 14 Capítulos – 320 pp.		
1	Noções de conjuntos: igualdade, inclusão; operações: interseção, reunião, diferença	12 pp.

2	Conjuntos numéricos: naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais	15 pp.
3	Funções: noção intuitiva, definições, domínio, contradomínio, gráficos, taxa média de variação	31 pp
4	Função afim: linear, proporções; equação do 1º grau; inequações do 1º grau	28 pp.
5	Função quadrática; equação de 2º grau; gráfico: parábola; inequações do 2º grau	26 pp.
6	Função definida por mais de uma sentença: gráfico; função modular; equações e inequações modulares	13 pp.
7	Potência de expoente: natural, inteiro negativo, racional, real; função exponencial; equações e inequações	26 pp.
8	Logaritmos: definição, propriedades; função logarítmica; equações e inequações	28 pp.
9	Funções: sobrejetoras, injetoras, bijetoras; função inversa; composição de funções	12 pp.
10	Sequências numéricas; progressões aritméticas e geométricas	27 pp.
11	Matemática comercial: porcentagem; aumentos e descontos; variação percentual	9 pp.
12	Semelhança entre figuras; semelhança de triângulos; teorema de Pitágoras; aplicações	19 pp.
13	Razões trigonométricas: seno, cosseno, tangente; relações entre razões trigonométricas	17 pp.
14	Estatística básica: variável, frequência, representações gráficas	20 pp.

2º ANO – 16 capítulos – 320 pp.

1	Circunferência trigonométrica: arcos, ângulos; aplicações	13 pp.
2	Razões trigonométricas na circunferência: seno, cosseno, tangente; outras razões trigonométricas	17 pp
3	Leis dos senos e dos cossenos	9 pp.
4	O círculo trigonométrico; funções: periódicas, seno, cosseno, tangente; aplicações	23 pp.
5	Fórmulas de adição e subtração para senos, cossenos e tangentes	8 pp.
6	Matrizes: definição, representação, tipos, operações; matriz inversa	26 pp.
7	Sistemas de equações lineares; determinantes; regras de Cramer e de Sarrus; sistemas homogêneos	29 pp.
8	Áreas de figuras planas: triângulos, quadriláteros, polígonos regulares, círculos	26 pp.
9	Geometria espacial de posição: noções e proposições primitivas, posições relativas, teoremas fundamentais	26 pp.
10	Prisma: conceito, elementos, classificação; paralelepípedo; Princípio de Cavalieri; área e volume	16 pp.
11	Pirâmide: conceito, elementos, classificação; área e volume; tetraedro regular; tronco de pirâmide	19 pp.
12	Cilindro: conceito; elementos, classificação; área e volume; seção meridiana e cilindro equilátero	9 pp.
13	Cone: conceito, elementos, classificação; área e volume; seção meridiana e cone equilátero; tronco de cone	14 pp
14	Esfera: conceito, seções, elementos; volume e área da superfície esférica; partes da esfera: volume	10 pp.

15	Análise combinatória: princípio fundamental da contagem, fatorial, permutações, arranjos, combinações; binômio de Newton	30 pp.
16	Experimentos aleatórios; espaço amostral e evento; probabilidade; lei binomial da probabilidade	25 pp.

3º ANO – 9 capítulos – 256 pp.

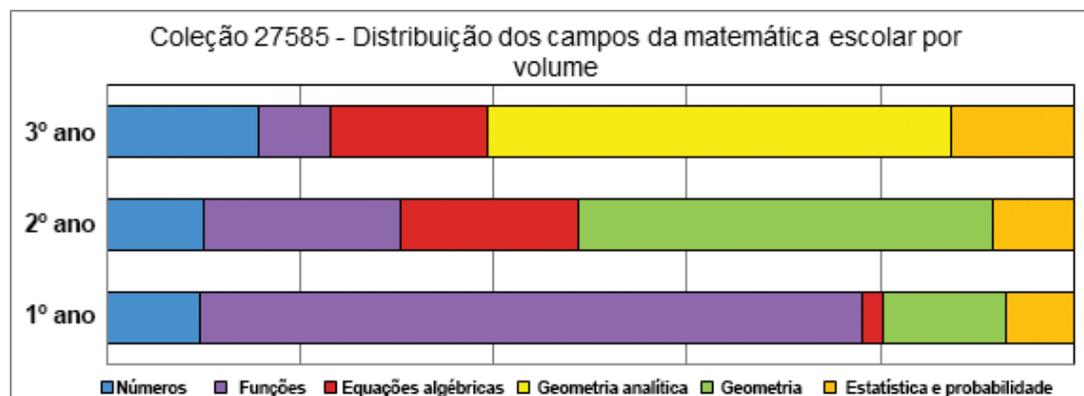
1	O ponto; plano cartesiano, distância entre dois pontos, condição de alinhamento de três pontos	15 pp.
2	A reta: equações, inclinação; função afim e equação da reta; paralelismo; perpendicularidade; distância entre ponto e reta; área do triângulo; ângulo entre retas	42 pp.
3	A circunferência: equações, posições relativas; inequações do 2º grau com duas incógnitas	23 pp.
4	Elipse, hipérbole e parábola: caracterização, elementos, equações	30 pp.
5	Estatística básica: introdução, medidas de centralidade, medidas de dispersão	29 pp.
6	Matemática financeira: juros simples, juros compostos; juros e funções	17 pp.
7	Números complexos: definição, conjugado, quociente, módulo, argumento; forma trigonométrica: operações	36 pp.
8	Polinômios: definição, função polinomial, igualdade, operações; teorema do resto; dispositivo de Briot-Ruffini	17 pp.
9	Equações algébricas: teorema fundamental da álgebra, teorema da decomposição, multiplicidade de raízes; relações de Girard; raízes complexas; teorema das raízes racionais	20 pp.

ANÁLISE DA OBRA

Abordagem dos conteúdos matemáticos

Seleção e organização dos conteúdos matemáticos

Os conteúdos selecionados na coleção são aqueles que, tradicionalmente, compõem as propostas curriculares e são trabalhados nos materiais didáticos para o ensino médio. Esse repertório caracteriza-se pelo excesso de conteúdos a estudar e pelo seu detalhamento exagerado. Na obra, segue-se, também, a distribuição usual dos campos da matemática escolar ao longo dos três anos. Nessa opção, em cada volume um dos campos recebe uma atenção nitidamente predominante: funções no primeiro, geometria espacial no segundo e geometria analítica no terceiro. Essa forma de distribuição vem sendo criticada por não favorecer as conexões entre os campos. Apenas os campos dos números e de estatística e probabilidade são dosados satisfatoriamente nos três volumes.



Números

Na obra, o estudo dos números aparece dividido em quatro partes: conjuntos (conceitos básicos), conjuntos numéricos, análise combinatória e números complexos. Os dois primeiros são trabalhados de modo satisfatório, do ponto de vista conceitual. Por sua vez, o estudo da análise combinatória inicia-se com os diagramas de árvore e o princípio fundamental da contagem. Essa abordagem contribui positivamente para a apresentação e introdução dos demais conceitos relativos a esse tema. Porém, o excesso de atenção dedicada ao estudo dos números complexos é criticável, tendo em vista o nível de escolaridade a que se destina a obra.

Quanto à linguagem formal matemática, foram observadas inadequações no uso do símbolo de igualdade em situações em que o texto trata de aproximações e, também, no uso do símbolo de implicação.

Funções

A noção de função é bem trabalhada com base em situações do cotidiano que envolvem relações entre grandezas, o que favorece a atribuição de significados pelo aluno. Em geral, a abordagem dos diferentes tipos de função é realizada por meio de articulações significativas entre os conceitos e suas representações. São feitas, assim, conexões com outros campos da Matemática e com conhecimentos já estudados. Contudo, há casos em que, sem justificativa, os gráficos de funções são obtidos com base apenas em alguns poucos pontos do plano cartesiano. Também, há vários exemplos nos quais o aluno não é alertado para o fato de que os primeiros termos de uma sequência não a determinam de modo unívoco.

Equações algébricas

No desenvolvimento do campo das equações algébricas, o aspecto algorítmico é predominante, com pouca ênfase na discussão conceitual. No estudo das matrizes, há excesso de detalhes técnicos relativos às operações e às propriedades algébricas. No trabalho com sistemas lineares, é dada maior atenção ao método de escalonamento do que à Regra de Cramer, o que é positivo.

Geometria analítica

A sistematização dos conteúdos no campo da geometria analítica é feita de modo satisfatório e articulado com conhecimentos prévios. Em todos os livros, encontram-se, ainda inserções interessantes de tópicos da história da Matemática. As cônicas são trabalhadas de modo adequado, considerando-se, em particular, os casos de centros e vértices deslocados da origem. No entanto, o estudo da reta é realizado de maneira extensa e com excesso de fragmentação em tópicos, o que não é apropriado. Além disso, a articulação entre a equação da reta e a função afim não é explorada.

Geometria

No trabalho aqui desenvolvido, predominam os conteúdos ligados ao cálculo de comprimentos, áreas, volumes e amplitude de ângulos. A ênfase recai, assim, na geometria métrica. Em geral, são cuidadosas as deduções das fórmulas do volume de poliedros e dos sólidos redondos mais comuns, com base no Princípio de Cavalieri. Porém, há imprecisão no método escolhido para o cálculo da área de uma superfície esférica, visto que não é possível ladrilhar a referida superfície do modo adotado no livro.

Na abordagem da geometria espacial de posição, são dados passos iniciais e adequados para o emprego do método axiomático e apresentadas demonstrações satisfatórias de alguns teoremas. Contudo, algumas demonstrações, apoiam-se em ilustrações e, assim, podem não contemplar todos os casos possíveis.

Estatística e probabilidade

Os conteúdos são apresentados com base em situações da atualidade, o que pode favorecer o interesse e a motivação do aluno. Porém, poucas delas oferecem possibilidades de interpretação e validação de resultados por parte do aluno. Por exemplo, há casos em que o valor encontrado para a média não pertence ao conjunto de valores assumidos pela variável, e nada se discute sobre o significado do resultado obtido. Cabe ressaltar, ainda, que as diferentes etapas da pesquisa estatística são pouco observadas. Além disso, a análise e interpretação dos dados obtidos são pouco exploradas, o que pode prejudicar o aspecto crítico primordial nesse tipo de pesquisa.

Metodologia de ensino e aprendizagem

A abordagem dos conteúdos adotada na obra obedece a um padrão: as noções a serem trabalhadas são, em geral, apresentadas com exemplos ou com atividades. Essas são seguidas de uma sistematização teórica e de novos exemplos ou exercícios resolvidos. Por vezes, também se observa uma quantidade exagerada de exercícios propostos. Essa forma de apresentação dos conteúdos, feita quase sempre da mesma maneira, reduz as possibilidades de escolhas para alunos e professores. Além disso, não há incentivo explícito à interação entre alunos e destes com o professor. Assim, a metodologia de ensino e aprendizagem empregada na coleção não favorece o desenvolvimento de uma postura mais autônoma e crítica por parte do aluno.

A despeito dessas limitações, a obra pode contribuir para a consolidação e o aprofundamento de conhecimentos, especialmente com vistas ao prosseguimento dos estudos nos domínios científicos e tecnológicos, que é seu eixo principal. Concorrem para isso as provas e argumentos construídos com o rigor esperado para o nível escolar, sendo que uns feitos de modo intuitivo e outros mais formalmente.

Com relação aos recursos didáticos, observam-se atividades que envolvem calculadoras. Entretanto, seu potencial de uso não é devidamente explorado, restringindo-se, praticamente, ao de instrumento para fazer cálculos mais rapidamente.

Contextualização

Nos três volumes da coleção, as apresentações dos conteúdos matemáticos estão bem contextualizadas nas relações estabelecidas com a história da própria Matemática, com outras áreas do conhecimento ou com as práticas sociais. Entretanto, alguns exemplos voltados a contextualizações em práticas sociais atuais poderiam ser mais bem explorados. Por exemplo, alguns enunciados de exercí-

cios de matemática financeira envolvem taxas e valores distantes dos praticados cotidianamente e há situações em que as amostras não são representativas da população considerada.

Na seção *Aplicações*, são apresentados textos que discutem apropriadamente o uso das noções matemáticas em outros contextos, como o uso de: funções na modelagem de fenômenos estudados em Física, Química, Biologia ou na meteorologia; matemática financeira em situações da vida cotidiana; estatística nas pesquisas relacionadas a práticas sociais.

Linguagem e aspectos gráfico-editoriais

A linguagem empregada na coleção é adequada ao público a que se destina. Entretanto, por vezes, exagera-se na quantidade de informações em uma mesma página o que as torna pouco amigável à leitura. Uma boa parte das imagens também apresenta dimensões muito reduzidas, o que pode prejudicar a informação.

Manual do professor

AVALIAÇÃO			
Itens	Superficial	Suficiente	Com destaque
Fundamentação teórica que norteia a coleção			
Contribuições para a formação do professor			
Orientações para a avaliação da aprendizagem			
Orientações para o uso do livro didático			
Orientações para o uso de recursos didáticos			
Orientações para o desenvolvimento das atividades			
Soluções das atividades propostas			
Sugestões de atividades complementares			

O Manual do Professor contém orientações e sugestões de leitura, que fundamentam e norteiam o trabalho docente, além de colaborar para sua formação continuada. Porém, no que se refere a documentos curriculares oficiais, a bibliografia está desatualizada. Existem propostas de avaliação e orientações para a utilização adequada dos livros. Os três volumes do Manual sugerem atividades complementares, que podem contribuir para a formação do aluno, por meio do aprofundamento do conteúdo.

Em sala de aula

Em alguns casos, na seção Aplicações e em exercícios propostos, o aluno é estimulado a utilizar o conhecimento extraescolar. Nas chamadas dos boxes *Pense nisto*, são propostas questões para reflexão, geralmente pertinentes. No entanto, apenas no Manual são explicitadas propostas que estimulem a interação aluno-aluno ou aluno-professor. Assim, para propiciar uma formação que agregue valores como criticidade, interação social e cidadania, além de conhecimentos para a continuidade de estudos, é importante que o professor proponha maiores discussões, com base nas atividades complementares sugeridas no Manual do Professor.

Atividades voltadas às práticas sociais atuais merecem destaque pelas discussões que podem ser geradas. Por exemplo: o mecanismo de decisão para compras a prazo ou à vista, financiamentos, as chances de ganhar na Mega-Sena, as pesquisas eleitorais e as margens de erro, a leitura informal e a interpretação de gráficos e tabelas.

Professor, não deixe de consultar o texto *Considerações gerais sobre livros didáticos para o ensino médio*, que você encontra na parte final deste Guia. Sua leitura pode contribuir para a escolha que você vai fazer e, também, para o trabalho pedagógico com a coleção adotada.



MATEMÁTICA – ENSINO MÉDIO

Kátia Cristina Stocco Smole
Maria Ignez de Souza Vieira Diniz

27588COL02
Coleção Tipo 2

Editora Saraiva
8ª edição 2013

www.editorasaraiva.com.br/pnld2015/matematica_para_ensino_medio

VISÃO GERAL

Os itens que formam cada unidade iniciam-se com uma explanação teórica, muitas vezes precedida por textos, situações-problema ou exemplos instigantes. A estrutura da obra permite que o aluno revise conceitos constantemente e de maneira significativa, especialmente na seção *Para recordar*. Entretanto, muitos dos conteúdos a serem estudados são excessivamente detalhados.

Nesta coleção, as novas tecnologias representam um destaque: em uma seção, por exemplo, o aluno encontra o passo a passo de como utilizar planilhas eletrônicas e *softwares* livres para traçado de gráficos. Além disso, encontram-se bons textos que permitem realizar conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, em especial as relacionadas às ciências e às tecnologias.

DESCRIÇÃO DA OBRA

Os livros são organizados em blocos de unidades, intitulados *Partes*, nos quais são estudados os tópicos dos vários conteúdos, por meio de explicações teóricas e das seções *Exercícios resolvidos* e *Problemas e exercícios*. Outras seções estão presentes nos volumes da coleção: *Para ler* e *Ler para resolver*; *Invente você* e *Saia dessa* incentivam a construção de problemas e resolução de desafios; *Para recordar* e *Para saber mais* revisam e aprofundam temas estudados; *Cálculo rápido*; *No computador* e *Calculadora* utilizam recursos tecnológicos; *Palavras-chave* organiza informações importantes; *Projeto* estimula a pesquisa e o planejamento; *Conexão* busca integrar a Matemática com situações do cotidiano e de outras áreas do conhecimento. Os volumes da obra são encerrados com as *Referências bibliográficas*, *Indicações de leitura para os alunos* e respostas de quase todos os exercícios e atividades propostas.

Na obra são abordados os seguintes conteúdos:

1º ANO – 2 Partes – 11 unidades – 304 pp.		
1	Conjuntos numéricos: naturais, inteiros, racionais, reais; intervalos; operações com conjuntos	27 pp.

2	Estatística: coleta e organização de dados, frequência absoluta e relativa, gráficos de frequências	30 pp.
3	Funções: domínio, contradomínio, conjunto imagem, gráfico	26 pp.
4	Funções afim: gráfico, termos, identidade, crescente, decrescente, sinal; inequação do 1º grau	22 pp.
5	Funções quadráticas: gráfico, máximo ou mínimo, conjunto imagem, sinal; inequações do 2º grau	25 pp.
6	Sequências: lei de formação; progressões aritmética e geométrica: termo geral e soma de termos	31 pp.
7	Função exponencial: definição, propriedades, gráfico; equações e inequações exponenciais	18 pp.
8	Logaritmo: definição, propriedades, logaritmos decimais, mudança de base; função logarítmica	20 pp.
9	Funções: operações, composição, inversas; funções definidas por partes; função modular	22 pp.
10	Triângulo retângulo: teorema de Pitágoras; teorema de Tales; seno, cosseno e tangente	23 pp.
11	Lei dos senos; teorema da área; lei dos cossenos	14 pp.

2º ANO – 4 Partes - 12 unidades – 320 pp.

1	Trigonometria: ângulo e arco de circunferência, círculo trigonométrico	18 pp.
2	Funções seno, cosseno e tangente; relações trigonométricas	32 pp.
3	Equações e inequações trigonométricas; funções trigonométricas: soma e diferença de arcos	16 pp.

4	Estatística: amostra, frequências, medidas de tendência central, distribuição de frequências de classes	31 pp.
5	Contagem: princípio fundamental, permutações, arranjos simples, combinações simples	20 pp.
6	Probabilidade: conceito; probabilidade: da união, da interseção, condicional; probabilidade e contagem	22 pp.
7	Poliedros: elementos, classificação; prismas e pirâmides: elementos, classificações, planificações	22 pp.
8	Cilindro e cone: elementos, classificações, planificações; esfera: elementos, posições relativas	14 pp.
9	Semelhança de triângulos; prisma, pirâmides e corpos redondos: área das superfícies e volumes	45 pp.
10	Equações lineares; sistemas lineares: métodos de resolução, classificação	19 pp.
11	Matrizes: definição, tipos, igualdade, operações; matrizes e resolução de sistemas lineares	22 pp.
12	Determinantes: definição, resolução de sistemas lineares; sistemas lineares homogêneos	13 pp.

3º ANO – 5 Partes - 12 unidades – 320 pp.

1	Matemática financeira: porcentagem, juros simples, juros compostos	22 pp.
2	Pontos; distância entre dois pontos; área de um triângulo; condição de alinhamento de três pontos	18 pp.
3	Reta: equações, posições relativas, perpendicularidade; inequação do 1º grau	30 pp.
4	Circunferência: equação; posições relativas	29 pp.

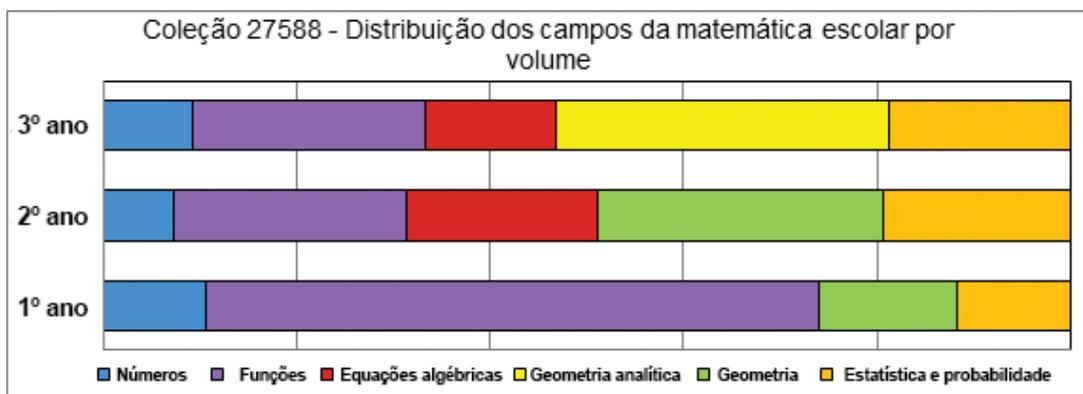
5	Elipse, hipérbole e parábola: elementos e equações	20 pp.
6	Estatística: representação gráfica, medidas de tendência central, medidas de dispersão	28 pp.
7	Probabilidade: noções básicas; probabilidade e frequência relativa; probabilidade e distribuição normal	25 pp.
8	Funções seno, cosseno, tangente; redução ao 1º quadrante; arcos complementares e suplementares	22 pp.
9	Polinômios; função polinomial; polinômios: operações, fatoração, equações	20 pp.
10	Números complexos: definição, forma algébrica e forma trigonométrica: operações e propriedades	26 pp.
11	Equações polinomiais: teorema fundamental da álgebra; teorema da decomposição, relações de Girard	18 pp.
12	Taxas de variação: média e instantânea; função derivada: sinal, pontos de máximo e de mínimo	24 pp.

ANÁLISE DA OBRA

Abordagem dos conteúdos matemáticos

Seleção e organização dos conteúdos matemáticos

Há uma quantidade excessiva de conteúdos trabalhados em todos os campos da matemática escolar, mesmo considerando que alguns tópicos sejam indicados como opcionais. Além disso, esses conteúdos não estão bem distribuídos nos três volumes da coleção. Por exemplo, no primeiro livro, o campo das funções recebe atenção demasiada, enquanto as equações algébricas estão praticamente ausentes. A geometria analítica é estudada apenas no volume do terceiro ano. A despeito disso, trigonometria e funções trigonométricas distribuem-se nos três livros, o que é apropriado.



Números

A apresentação dos números reais, desde os naturais até os irracionais, é feita de modo satisfatório. Apropriadamente, a linguagem da teoria dos conjuntos é utilizada de forma sucinta, particularmente nas atividades que envolvem intervalos numéricos. O estudo de combinatória é iniciado por meio de situações que exploram diagramas, quadros de dupla entrada, árvores de possibilidade e o princípio fundamental da contagem, o que é adequado. No entanto, em seguida, são trabalhados os conceitos de permutações, arranjos e combinações com ênfase no uso de fórmulas. Na seção *Cálculo rápido*, procura-se desenvolver as competências relacionadas com cálculo mental, estimativa e aproximações, mas nem sempre de modo satisfatório.

Funções

As funções são, acertadamente, estudadas com apoio na ideia de relação entre grandezas. A sistematização é feita em explicações teóricas e nos Exercícios resolvidos. Em geral, as articulações entre as várias representações das funções (algébrica, gráfica e por meio de tabelas) são bem conduzidas. Além disso, *softwares* livres são sugeridos para auxiliar o traçado de gráficos, o que é elogiável. Contudo, nas conversões entre as formas de representação, nem sempre são levados em consideração, de modo preciso, o domínio, o contradomínio e a lei de formação das funções apresentadas.

Equações algébricas

Nesse campo, segue-se uma sequência adequada: sistemas de equações lineares; matrizes; determinantes; polinômios. A esse respeito, destaca-se o estudo das matrizes e dos determinantes após o de equações lineares. Porém, na

abordagem de sistemas de equações lineares, a apresentação do “método da adição” aplicado à resolução de um particular sistema 3×3 é desnecessária. Isso porque, o processo de escalonamento é trabalhado logo em seguida. É inapropriado, também, o modo como o estudo das matrizes é realizado no livro. Com efeito, adota-se a maneira de ensino mais frequente, com excesso de terminologia e de conceitos, muitos não utilizados na resolução de sistemas, ou nas demais aplicações das matrizes.

Geometria analítica

Na abordagem adotada, há uma grande quantidade de fórmulas e excesso de nomenclatura, o que pode prejudicar a aprendizagem dos conceitos centrais. Para o nível de ensino a que se destina a obra, é criticável o modo como é feito o estudo de retas, circunferências e cônicas, por ser excessivamente detalhado e dividido em casos particulares. A despeito disso, é elogiável o cuidado em demonstrar uma certa propriedade geométrica particular e deixar a prova para os demais casos sob a responsabilidade do aluno ou do professor.

Geometria

No campo, foi priorizada uma abordagem intuitiva, com apelo à visualização de imagens gráficas e sem preocupação de se formalizar o encadeamento lógico, com base no método axiomático. Um exemplo disso é o tratamento da geometria espacial de posição, que é restrito ao estudo de casos particulares. As definições das figuras geométricas, ainda que não formais, possuem rigor satisfatório. A geometria dos poliedros é, em geral, bem conduzida, embora haja excesso de nomenclatura.

A geometria métrica nos sólidos ocupa toda uma unidade no livro do segundo ano, com ênfase na obtenção de fórmulas para o volume dos sólidos e para a área das superfícies que o limitam. Para tanto, recorre-se, de modo apropriado, ao Princípio de Cavalieri e às fórmulas da geometria métrica plana. Além disso, opta-se por tomar a fórmula do volume do paralelepípedo reto-retângulo como um postulada. Embora seja uma escolha possível, ela não é suficientemente discutida na obra. Além disso, há imprecisão no estudo da área da superfície esférica. As construções com régua e compasso estão presentes em exercícios, mas, em sua maioria, sem discussão sobre a validação dos procedimentos utilizados. *Softwares* livres são sugeridos em várias atividades, por intermédio de situações interessantes e instigantes.

São mostradas as diferentes maneiras de apresentação de informações e estudadas adequadamente as medidas de tendência central e de dispersão. Há projetos interessantes relacionados à pesquisa de dados e discussões sobre representatividade de uma amostra, que ficariam mais completos se incluíssem as etapas de uma pesquisa estatística. São discutidas variáveis quantitativas e qualitativas, quando se trata de eventos independentes e eventos equiprováveis, e como calcular suas respectivas probabilidades. *Softwares* livres são apresentados com o objetivo de auxiliar cálculos, montagem de tabelas e traçado de gráficos, o que é positivo.

Metodologia de ensino e aprendizagem

Na abordagem inicial dos conteúdos da coleção, frequentemente são propostos textos interessantes, nos quais são feitos questionamentos ao aluno. Seguem-se as explicações teóricas, os exercícios resolvidos e os propostos. Há interessantes sugestões de projetos e jogos, bem como atividades que exigirão do aluno o uso de sua criatividade. Entretanto, nem sempre a participação dos estudantes é estimulada no decorrer das explicações e os exercícios são pouco desafiadores.

Os livros contêm textos relativos a diversos processos produtivos e científicos, cujo propósito é auxiliar os alunos a ampliarem seus conhecimentos gerais. As sugestões de leituras complementares também são numerosas e variadas.

O uso da calculadora e do computador é incentivado. No entanto, no primeiro caso, encontram-se apenas orientações sobre como utilizar essa ferramenta. Em relação aos computadores, há boas indicações de *softwares* livres e de suas aplicações. Contudo, predominam sugestões de uso desses recursos voltadas para realizar e conferir cálculos.

Contextualização

A contextualização dos conhecimentos matemáticos se dá, em geral, por meio de exercícios propostos aos alunos ou dos textos apresentados na seção *Conexão*. Estes últimos são bastante diversificados e relacionados a várias áreas do conhecimento. Diversos exercícios apresentam contextualizações interessantes, mas que necessitam da interação com professores de outras áreas para atingir metas comuns.

Embora haja menção a fatos importantes da evolução da Matemática, não há orientações suficientes sobre seu uso como recurso pedagógico que propicie a construção do conhecimento pelo aluno.

Em todos os volumes existem textos adequados que remetem a práticas sociais e à formação para a cidadania.

Linguagem e aspectos gráfico-editoriais

A linguagem empregada na coleção é apropriada para essa faixa de escolarização. Há uma boa diversidade de gêneros textuais, como tabelas, gráficos, tirinhas e diversas imagens pertinentes, junto a textos matemáticos. Em geral, as ilustrações enriquecem a leitura dos textos.

Manual do professor

AVALIAÇÃO			
Itens	Superficial	Suficiente	Com destaque
Fundamentação teórica que norteia a coleção			
Contribuições para a formação do professor			
Orientações para a avaliação da aprendizagem			
Orientações para o uso do livro didático			
Orientações para o uso de recursos didáticos			
Orientações para o desenvolvimento das atividades			
Soluções das atividades propostas			
Sugestões de atividades complementares			

As concepções didático-pedagógicas apresentadas no Manual do Professor são compatíveis com as tendências mais atualizadas da Educação Matemática. Contudo, não é plenamente satisfatória a concretização dessas concepções no Livro do Aluno. Na verdade, há excesso de conteúdos propostos, apresentados de modo demasiadamente detalhado e compartimentado. Também foi observado que, nas explanações, não são feitos questionamentos que incentivem o aluno a participar mais autonomamente do processo de aprendizagem.

Há sugestões apropriadas sobre o que avaliar em cada unidade e, ainda, observações de caráter geral sobre avaliação. A leitura e produção de textos é incentivada. A resolução de boa parte dos exercícios é apresentada, mas há poucas atividades complementares sugeridas e, em vários momentos, sente-se falta de orientações específicas para o desenvolvimento das atividades.

Em sala de aula

Sugere-se ao professor que as aulas sejam planejadas de modo a permitir que o aluno seja mais participativo, tendo possibilidade de experimentar e buscar

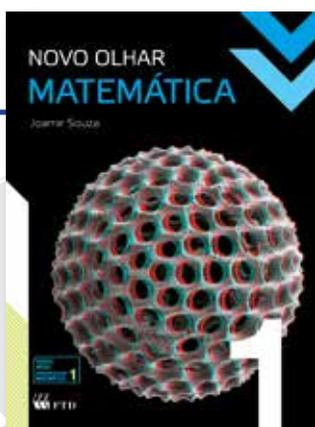
formas de trabalhar as atividades de maneiras distintas das apresentadas nos exercícios resolvidos.

Os textos da seção *Conexão* são boas oportunidades para a realização de um trabalho interdisciplinar. Mas, para isso, será necessário elaborar um planejamento em conjunto com professores de outras áreas, particularmente os de Física e de Química.

No Manual do Professor, é feita uma sugestão para que seja planejada uma aula semanal para o estudo da trigonometria, no primeiro ano. O professor deve avaliar bem a proposta, para evitar que seja dada demasiada atenção a apenas um assunto entre os vários outros, também importantes.

Seria interessante valorizar as seções que envolvem calculadoras e computadores, ambos recursos pedagógicos interessantes para uso do professor e significativos para a aprendizagem dos estudantes.

Professor, não deixe de consultar o texto *Considerações gerais sobre livros didáticos para o ensino médio*, que você encontra na parte final deste Guia. Sua leitura pode contribuir para a escolha que você vai fazer e, também, para o trabalho pedagógico com a coleção adotada.



NOVO OLHAR: MATEMÁTICA

Joamir Souza

27602COL02
Coleção Tipo 1

Editora FTD
2ª edição 2013

www.ftd.com.br/pnld2015/novoolharmatematica

VISÃO GERAL

São frequentes e adequadas as contextualizações dos conteúdos matemáticos, tanto na apresentação inicial dos conceitos quanto nas atividades resolvidas e propostas. Esse é um ponto positivo da obra.

No entanto, na abordagem dos conhecimentos matemáticos, adota-se a sequência usual em que são apresentadas definições, atividades resolvidas e atividades de aplicação da teoria. Nessa abordagem, ficam limitadas as possibilidades de o aluno estabelecer conexões de modo mais autônomo e, assim, compreender melhor os conteúdos.

Na seção *Refletindo sobre o capítulo*, as diversas atividades propostas aos alunos auxiliam o processo de avaliação a ser realizado pelo professor.

A obra destaca-se, também, pelo recurso à tecnologia computacional, tanto no livro digital quanto pelo incentivo ao uso de *softwares* livres na obra impressa.

O Manual possui informações que, no geral, contribuem para a formação do professor e para auxiliar o seu trabalho pedagógico.

DESCRIÇÃO DA OBRA

A coleção compõe-se de livros impressos e digitais. Os livros impressos estão organizados em unidades que se dividem em capítulos. As unidades iniciam-se com textos que visam contextualizar os tópicos a serem estudados. Seguem-se as explanações de conteúdos, acompanhadas de exemplos e de atividades - resolvidas e propostas. Finalizam os capítulos as seções: *Explorando o tema*, em que se busca a integração entre a Matemática e outras áreas do conhecimento; *Refletindo sobre o capítulo*, com questionamentos ao aluno sobre o conteúdo estudado; e *Atividades complementares*, de revisão e articulação entre diversas áreas do conhecimento. Ao final de cada livro, encontram-se as seções *Acessando tecnologias* e *Ampliando seus conhecimentos*, além das respostas às atividades propostas, e a bibliografia utilizada.

Em relação aos livros digitais, é possível visualizar os seus conteúdos em páginas individuais ou aos pares. A navegação nesses livros pode ser realizada por sumários de capítulos e por sumários dos Objetos Educacionais Digitais. Também pode ser feita por meio de um menu contendo miniaturas das páginas do Livro do Aluno e do Manual do Professor. É possível navegar, ainda, por inserção do

número de uma página e, também, por busca de palavras-chave. Outras possibilidades são a inserção e a navegação por notas e comentários, por *hiperlinks* e por páginas escolhidas como favoritas pelo usuário. São encontrados os seguintes recursos digitais: audiovisuais, simuladores, infográficos, animações, jogos, *hiperlinks* (textos complementares), galerias de imagens e imagens georeferenciadas.

Na obra são abordados os seguintes conteúdos:

1º ANO – 4 unidades - 9 capítulos – 320 pp.		
1	Conjuntos: operações; conjuntos numéricos; intervalos	36 pp.
2	Produto cartesiano; funções: conceito; gráfico	35 pp.
	Função afim: gráfico; proporcionalidade e função linear; inequações do 1º grau	32 pp.
	Função quadrática: gráfico; inequações do 2º grau	34 pp.
	Potenciação; notação científica; função exponencial; equações e inequações exponenciais	23 pp.
	Logaritmos: propriedades; função logarítmica; equações e inequações logarítmicas	27 pp.
	Módulo de um número; função modular; equações e inequações modulares	17 pp.
3	Sequências; progressões aritméticas; progressões geométricas	38 pp.
4	Teoremas de Tales e de Pitágoras; trigonometria no triângulo retângulo; trigonometria em um triângulo qualquer	35 pp.

2º ANO – 5 unidades - 9 capítulos – 320 pp.

1	Seno, cosseno, e tangente de um arco; funções trigonométricas	34 pp.
	Relações e equações trigonométricas	14 pp.
2	Porcentagem; acréscimo e desconto; juros; amortização	28 pp.
	Estatística: gráficos; tabelas; medidas de tendência central	36 pp.
3	Matrizes: tipos, igualdade, operações, matriz inversa; determinantes	35 pp.
	Sistemas lineares; escalonamento	23 pp.
4	Área: polígonos; círculo	28 pp.
5	Análise combinatória: princípio fundamental da contagem; fatorial; arranjo; permutação; combinação; binômio de Newton	32 pp.
	Probabilidade; probabilidade condicional; estatística e probabilidades	33 pp.

3º ANO – 5 unidades - 8 capítulos – 320 pp.

1	Estatística: variáveis, distribuição; medidas de tendência central; medidas de dispersão	34 pp.
2	Geometria espacial de posição; paralelismo e perpendicularidade; projeções ortogonais; distâncias	24 pp.
	Poliedros: convexos; não convexos; regulares; prismas; pirâmides	42 pp.
	Corpos redondos: cilindro; cone; esfera	38 pp.

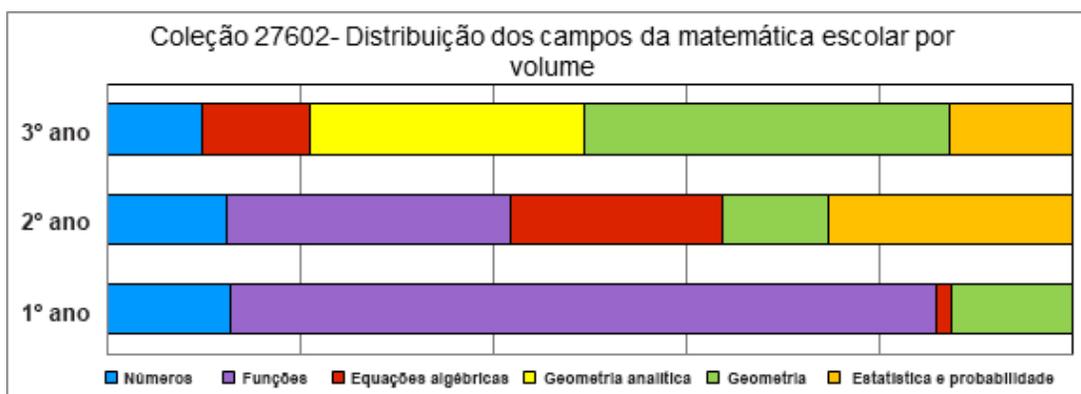
3	Geometria analítica: distância entre dois pontos; condição de alinhamento de três pontos; área de triângulo; retas; inequação do 1º grau com duas variáveis	40 pp.
	Circunferência; cônicas	38 pp.
4	Números complexos: operações, módulo, representação trigonométrica	26 pp.
5	Polinômios e equações polinomiais: operações com polinômios; teorema fundamental da álgebra; relação de Girard; multiplicidade de raízes; raízes complexas	29 pp.

ANÁLISE DA OBRA

Abordagem dos conteúdos matemáticos

Seleção e organização dos conteúdos matemáticos

São abordados os tópicos normalmente estudados no ensino médio, com algumas escolhas elogiáveis. Por exemplo, nas funções trigonométricas, o estudo detalhado é limitado ao seno e ao cosseno. Além disso, amplia-se a discussão de alguns tópicos de matemática financeira. Ao longo dos três volumes, há pouco equilíbrio na distribuição dos conteúdos de funções, equações algébricas, geometria analítica e estatística e probabilidade. Em particular, o estudo de funções é excessivo no primeiro livro, em detrimento dos demais campos. A geometria analítica concentra-se no terceiro livro.



Números

O campo de números inicia-se pela definição de vários tipos de conjuntos e de algumas de suas propriedades, com excesso de simbologia. Além disso, para ser mais apropriada, a representação dos subconjuntos dos reais por meio de diagramas de Venn requer considerações que envolvam a cardinalidade dos conjuntos representados. A abordagem dos conjuntos numéricos é sucinta, mas adequada. As situações voltadas ao desenvolvimento de cálculos por estimativas e aproximações estão presentes, porém em número limitado.

No trabalho com a combinatória, embora o princípio multiplicativo seja apoiado em contextos interessantes, é priorizado o uso de fórmulas.

Funções

A contextualização desenvolvida no campo é elogiável e feita com base em bons exemplos da relação entre grandezas variáveis, definidas por leis ou regras, contribuindo para a compreensão do conceito de função. No entanto, a abordagem posterior desse conceito como uma relação entre conjuntos é conduzida de modo inadequado. A ênfase em regras, definições e fórmulas e o reduzido destaque às diferenças entre os tipos de funções pode comprometer uma visão mais ampla do tema.

As funções exponenciais e logarítmicas são tratadas com boas aplicações na Biologia, na Química e na Física, e também com algumas referências históricas. Na matemática financeira, as atividades partem de situações reais e avançam para além dos cálculos de juros simples e compostos, com temas relevantes, como sistemas de amortização e o cálculo de acréscimos e descontos sucessivos.

As sequências são, acertadamente, definidas como funções e as progressões aritméticas e geométricas bem são relacionadas com as funções afim, quadrática e exponencial.

Equações algébricas

De modo geral, no campo das equações algébricas, a articulação entre o conhecimento novo e o já abordado não ocorre de forma explícita, mas a articulação com outros campos da Matemática é feita de forma satisfatória. Há, no estudo das matrizes e de sistemas lineares, boas conexões com as técnicas de digitalização de imagens, criptografia, transformações no plano, programação linear, tabela periódica e circuitos elétricos.

No estudo das raízes de polinômios, enfatiza-se a solução algébrica mas não é valorizada a relação entre raízes reais e as interseções do gráfico da função polinomial correspondente com o eixo das abscissas.

Geometria analítica

Embora o estudo da geometria analítica esteja concentrado no terceiro livro a articulação entre esse e outros campos da matemática escolar é bem realizada, como ocorre no estudo da reta, em que há referências à função afim e faz-se conexão com soluções de um sistema linear. No estudo da parábola, porém, explora-se pouco a inter-relação com as funções quadráticas. O desenvolvimento dos conteúdos é auxiliado por boas referências históricas e, na descrição do processo de construção das cônicas, são usados barbantes e instrumentos de desenho, o que é interessante. A elipse é relacionada com as órbitas dos planetas e há uma aplicação da hipérbole ao contexto da navegação. Para a parábola, mais conhecida dos alunos, há somente uma atividade contextualizada na Física.

Geometria

O estudo do campo inicia-se com uma revisão adequada de conceitos de geometria plana. Destaca-se a utilização de diferentes processos para o cálculo de áreas de polígonos. Em geometria de posição, são enunciados postulados e propriedades sobre retas e planos, em alguns casos, com excesso de formalismo. Os sólidos geométricos são tratados, no livro do 3º ano, com abordagens que exploram de maneira equilibrada métodos dedutivos e estratégias de visualização. É feito um bom uso do Princípio de Cavalieri no cálculo de volumes. Contudo, a relação entre os objetos tridimensionais e as superfícies que os limitam não é esclarecida.

Observa-se que, entre as numerosas atividades, algumas requerem a mera aplicação de fórmulas enquanto outras trazem contextos interessantes e desafiadores para os alunos, a exemplo da discussão do Teorema de Pick. Além disso, notam-se boas associações entre conceitos e objetos geométricos e os contextos tecnológicos.

Estatística e probabilidade

O trabalho com probabilidades apoia-se em alguns exemplos comuns, nos quais são usados dados de jogar e moedas; também envolve contextos menos óbvios, por exemplo, o jogo de campo minado, a coincidência de aniversários e a genética. É igualmente elogiável a associação entre o cálculo de probabilidades e a estatística. No entanto, nesta última, há poucas oportunidades para o aluno realizar pesquisas e decidir a melhor maneira de representar as informações, visto que a ênfase está na organização de dados previamente coletados, em gráficos e tabelas já prontos – o que limita o seu estudo. Encontram-se explicações sobre a

característica dos gráficos, mas não se discute qual tipo de gráfico é mais adequado à natureza dos dados apresentados. Nos cálculos de medidas estatísticas, a ênfase está nas representações em detrimento das interpretações e análises. Ainda com relação às medidas estatísticas, é inadequado apresentar em um volume as medidas de posição e, apenas no volume seguinte, as medidas de dispersão.

Metodologia de ensino e aprendizagem

Na abordagem dos conteúdos matemáticos, as explanações teóricas, seguidas de atividades resolvidas e de exercícios de aplicação são a característica predominante na coleção. De modo geral, as sistematizações são feitas com base em alguns exemplos e, muitas vezes, pautadas em definições e em procedimentos, o que dificulta aos alunos fazerem relações entre os conceitos.

Em contrapartida, nas atividades propostas, é grande a quantidade de questões desafiadoras e o aluno é frequentemente convidado a formular problemas, ainda que a utilização de diferentes estratégias para as resoluções seja pouco incentivada.

A seção *Acessando Tecnologias*, presente nos três volumes, oferece várias sugestões interessantes a serem desenvolvidas com o uso de *softwares* livres. Encontram-se, também, propostas de uso da calculadora, mas as orientações para sua aplicação restringem-se à apresentação das funções de suas teclas.

Contextualização

Na abordagem dos conhecimentos matemáticos são feitas conexões significativas e diversificadas com as práticas sociais atuais e com outras áreas do conhecimento. Também são trabalhadas várias situações em que esses conhecimentos são utilizados no dia a dia. No entanto, na história da Matemática, recorre-se apenas ao relato de eventos ou a biografias, sem que seus tópicos sejam empregados como recurso didático para compreensão atual dos conceitos matemáticos.

Linguagem e aspectos gráfico-editoriais

Na obra são utilizadas adequadamente diferentes linguagens: língua materna; simbologia matemática; quadros; tabelas; gráficos e desenhos. Também vale destacar as boas imagens que ilustram os contextos tratados. A linguagem e o vocabulário são acessíveis ao aluno.

Manual do professor

AVALIAÇÃO			
Itens	Superficial	Suficiente	Com destaque
Fundamentação teórica que norteia a coleção			
Contribuições para a formação do professor			
Orientações para a avaliação da aprendizagem			
Orientações para o uso do livro didático			
Orientações para o uso de recursos didáticos			
Orientações para o desenvolvimento das atividades			
Soluções das atividades propostas			
Sugestões de atividades complementares			

No Manual, nas orientações específicas por capítulo, há sugestões de questionamentos que podem ser feitos com os alunos sobre as atividades propostas, bem como indicações de *sites* e textos complementares.

Há, também, sugestão para que o professor selecione ou reordene os conteúdos trabalhados, mas não há orientações suficientes para isso.

São encontradas sugestões para que o docente faça atividades adicionais de pesquisas, de uso de materiais e de jogos, bem como para o desenvolvimento de projetos e experimentos. Porém, tais sugestões são genéricas e há poucas dessas atividades efetivamente elaboradas no Manual.

As resoluções das atividades estão presentes mas, para muitas das questões objetivas, há somente respostas, sem quaisquer comentários.

OS LIVROS DIGITAIS

A flexibilidade de navegação e as interações possibilitadas pela interface destacam-se na obra. É especialmente interessante o recurso da interface que permite ao usuário montar sua própria memória de uso e gravá-la para um posterior acesso.

Dentre os Objetos Educacionais Digitais, sobressaem os audiovisuais com experimentos simples, em sua maioria seguidos de sistematização matemática, os quais podem enriquecer a abordagem em sala de aula. Além disso, alguns simuladores incluem ferramentas que permitem traçar múltiplos gráficos de diferentes tipos de funções, calcular gastos calóricos por meio de matrizes e comparar

gráficos de juros simples e compostos. Tais recursos auxiliam na criação e teste de hipóteses, o que é bem interessante.

Alguns audiovisuais de animação que acompanham teoremas e apresentações de conceitos podem auxiliar a visualização dos elementos em estudo. No entanto, também são encontrados audiovisuais que acrescentam pouco ao que já é desenvolvido no livro impresso.

Há três jogos bem articulados com a matemática estudada, mas que apresentam cenários pouco adequados à faixa etária dos estudantes do ensino médio. Além disso, nesses jogos não é dada muita importância aos aspectos lúdicos que, certamente, os tornariam mais interessantes.

Em sala de aula

Em face da metodologia de ensino e aprendizagem adotada na obra, é indicado que o professor procure diferentes estratégias para abordar os conteúdos, de modo que o aluno possa participar mais ativamente do seu processo de aprendizagem.

Na seção *Refletindo sobre o capítulo*, os alunos são orientados a sintetizar o que aprenderam, ampliar os seus conhecimentos e estabelecer relações entre os conteúdos. Como tais orientações podem, de fato, auxiliar no processo de avaliação, sugere-se que sejam levadas em consideração no planejamento das aulas.

As sugestões oferecidas em *Acessando Tecnologias* podem contribuir para o enriquecimento das atividades de sala de aula. Assim, é importante que o professor verifique com antecedência as condições necessárias para sua utilização.

Professor, não deixe de consultar o texto *Considerações gerais sobre livros didáticos para o ensino médio*, que você encontra na parte final deste Guia. Sua leitura pode contribuir para a escolha que você vai fazer e, também, para o trabalho pedagógico com a coleção adotada.

PARTE I – IDENTIFICAÇÃO E MENÇÕES DA OBRA

1. Tipo: (1) ou (2)
2. Menção da coleção impressa:
3. Menção da coleção digital:

PARTE II – DESCRIÇÃO DA OBRA

1. Descrição da coleção impressa
2. Descrição da coleção digital
3. Conteúdo por volume da obra

PARTE III – ANÁLISE DA OBRA

1. Abordagem dos conteúdos matemáticos

- 1.1. Seleção e organização dos campos de conteúdos matemáticos
- 1.2. Números:
A abordagem do campo dos números contribui para a compreensão dos conteúdos matemáticos, considerando-se:
 - 1.2.1. o processo de sistematização;
 - 1.2.2. a articulação entre conceitos e representações;
 - 1.2.3. o desenvolvimento de cálculo por estimativa e aproximações;
 - 1.2.4. a articulação entre o conhecimento novo e o já abordado;
 - 1.2.5. a articulação com outros campos da Matemática.

1.3. Funções

A abordagem do campo das funções contribui para a compreensão dos conteúdos matemáticos, considerando-se:

1.3.1. o processo de sistematização;

1.3.2. a articulação entre conceitos e representações;

1.3.3. a articulação entre o conhecimento novo e o já abordado;

1.3.4. a articulação com outros campos da Matemática.

1.4. Equações algébricas

A abordagem do campo das equações algébricas contribui para a compreensão dos conteúdos matemáticos, considerando-se:

1.4.1. o processo de sistematização;

1.4.2. o equilíbrio entre conceitos e cálculos algébricos;

1.4.3. a articulação entre o conhecimento novo e o já abordado;

1.4.4. a articulação com outros campos da Matemática.

1.5. Geometria analítica

A abordagem do campo da geometria analítica contribui para a compreensão dos conteúdos matemáticos, considerando-se:

1.5.1. o processo de sistematização;

1.5.2. a articulação entre conceitos e procedimentos;

1.5.3. a articulação entre o conhecimento novo e o já abordado;

1.5.4. a articulação com outros campos da Matemática.

1.6. Geometria

A abordagem do campo da geometria contribui para a compreensão dos conteúdos matemáticos, considerando-se:

1.6.1. o processo de sistematização;

1.6.2. o equilíbrio entre diferentes modos de validação (experimental e dedutivo);

1.6.3. a articulação entre conceitos e representações;

1.6.4. a articulação entre o conhecimento novo e o já abordado;

1.6.5. a articulação com outros campos da Matemática.

1.7. Estatística e probabilidade

A abordagem do campo da estatística e probabilidade contribui para a compreensão dos conteúdos matemáticos, considerando-se:

1.7.1. o processo de sistematização;

1.7.2. os diferentes conceitos e as etapas de pesquisa estatística;

1.7.3. a articulação entre o raciocínio estatístico e o cálculo das medidas estatísticas;

1.7.4. a articulação entre o conhecimento novo e o já abordado;

1.7.5. a articulação com outros campos da Matemática.

1.8. A coleção, incluindo o Livro do Aluno, Manual do Professor e glossário, apresenta os conteúdos sem:

1.8.1. erros conceituais e induções a erros;

1.8.2. erros de informação básica;

1.8.3. erros e imprecisões pontuais.

2. Metodologia de ensino e aprendizagem

2.1. A metodologia adotada na coleção caracteriza-se, predominantemente, por:

Apresentar os conteúdos por explanação teórica seguida de atividades resolvidas e de propostas de aplicação.

Propor um projeto a partir do qual conteúdos da matemática escolar são estudados.

Iniciar por atividades propostas, seguidas da sistematização, sem que se dê oportunidade ao aluno para tirar conclusões próprias.

Constituir-se de uma lista de atividades propostas, e deixar a sistematização dos conteúdos a cargo do professor.

Outra modalidade (Descreva-a):

2.2. Na coleção, observa-se incentivo ao desenvolvimento de capacidades básicas do pensamento autônomo e crítico, como:

2.2.1. observar, explorar e investigar;

2.2.2. estabelecer relações, classificar e generalizar;

2.2.3. organizar, analisar e sintetizar;

2.2.4. registrar e comunicar ideias matemáticas;

2.2.5. inferir, conjecturar, argumentar e provar.

2.3. A coleção apresenta situações que envolvem:

2.3.1. questões desafiadoras;

2.3.2. questões com falta ou com excesso de dados;

2.3.3. problemas com nenhuma solução ou com várias soluções;

2.3.4. utilização de diferentes estratégias na resolução de problemas;

2.3.5. verificação de processos e resultados pelo aluno;

2.3.6. formulação de problemas pelo aluno.

2.4. Na coleção, os conhecimentos matemáticos são contextualizados, de forma significativa, no que diz respeito:

2.4.1. a práticas sociais atuais;

2.4.2. à história da Matemática;

2.4.3. a outras áreas do conhecimento.

2.5. Na coleção, estimula-se a utilização de recursos didáticos diversificados:

2.5.1. instrumentos de desenhos e outros materiais concretos;

2.5.2. calculadora e outros recursos tecnológicos;

2.5.3. leituras complementares.

2.6. Na coleção, há incentivo:

2.6.1. à interação aluno-aluno e aluno-professor;

2.6.2. ao uso de conhecimentos extraescolares.

3. Formação para a cidadania

3.1. Observa-se, na coleção, respeito à legislação vigente, considerando-se: Constituição da República Federativa do Brasil; Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, com as respectivas alterações introduzidas pelas Leis nº 10.639/2003, nº 11.274/2006, nº 11.525/2007 e nº 11.645/2008; o Estatuto da Criança e do Adolescente; Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio; Resoluções e Pareceres do Conselho Nacional de Educação, em especial, o Parecer CEB nº15, de 04/07/2000, o Parecer CNE/CP nº 003, de 10/03/2004 e a Resolução CNE/CP nº 01 de 17/06/2004.

3.2. A coleção é livre de estereótipos e preconceitos de condição social, regional, étnico-racial, gênero, orientação sexual, idade ou de linguagem, assim como de qualquer outra forma de discriminação ou de violação de direitos.

3.3. A coleção é isenta de doutrinação religiosa e/ou política, em respeito ao caráter laico e autônomo do ensino público.

3.4. A coleção apresenta-se sem publicidade ou sem difusão de marcas, produtos ou serviços comerciais.

3.5. Na coleção, encontram-se contribuições voltadas à preparação básica para o trabalho, à formação cidadã dos educandos e à continuação da aprendizagem e que também possibilitem maior flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamentos posteriores.

3.6. Na coleção, há contribuições para o aprimoramento do educando como pessoa humana, com destaque para a formação ética, para o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico.

3.7. A coleção oferece conteúdos que visam à consolidação e ao aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, com vistas à preparação do aluno para a continuidade dos estudos.

3.8. Encontram-se, na coleção, contribuições para a compreensão dos fundamentos científicos e tecnológicos dos processos produtivos, nas quais se observam relações entre a teoria e a prática, no ensino da Matemática.

4. Linguagem e aspectos gráfico-editoriais

4.1. Parte textual

4.1.1. a estrutura da coleção é hierarquizada (títulos, subtítulos etc.), sendo essa hierarquia evidenciada por meio de recursos gráficos;

4.1.2. a coleção contém um sumário ou um índice remissivo, que auxiliam na localização dos conteúdos matemáticos.

4.1.3. na coleção, a revisão é isenta de erros.

4.2. Linguagem

4.2.1. a linguagem utilizada na coleção é adequada ao aluno a que se destina, quanto:

4.2.1.1. ao vocabulário;

4.2.1.2. à clareza na apresentação dos conteúdos e na formulação das instruções;

4.2.1.3. ao emprego de vários tipos de texto.

4.2.2. na coleção, articulam-se adequadamente as diferentes representações matemáticas (língua materna, simbolismo matemático, quadros e tabelas, imagens gráficas, etc.).

4.3. Qualidade visual

4.3.1. os textos e ilustrações da coleção são distribuídos nas páginas de forma adequada e equilibrada;

4.3.2. na coleção, os textos mais longos são apresentados de forma a não desencorajar a leitura;

4.3.3. as ilustrações enriquecem a leitura dos textos, auxiliando a compreensão.

5. Manual do Professor

5.1. No Manual do Professor, estão explicitados os pressupostos teóricos e os objetivos que nortearam a elaboração da coleção.

5.2. Há coerência entre os pressupostos teóricos explicitados no Manual do Professor e o Livro do Aluno.

5.3. A linguagem do Manual do Professor é clara.

5.4. O Manual traz subsídios para a atuação do professor em sala de aula, com respeito:

5.4.1. a orientações metodológicas para o trabalho com o Livro do Aluno;

5.4.2. à apresentação de alternativas para a sequência de estudo dos conteúdos do Livro do Aluno;

5.4.3. à inclusão de atividades diversificadas (projetos, pesquisas, jogos etc.), além das contidas no Livro do Aluno;

5.4.4. à apresentação de resoluções das atividades propostas aos alunos;

5.4.5. às contribuições oferecidas para reflexões sobre o processo de avaliação do aluno.

5.5. O Manual favorece a formação e a atualização do professor:

5.5.1. por meio de sugestões de leituras complementares;

5.5.2. com apresentação da bibliografia utilizada pelo autor;

5.5.3. por meio de indicação de fontes de informação.

6. Outras Observações

CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE LIVROS DIDÁTICOS PARA O ENSINO MÉDIO¹

Neste texto, são feitas algumas considerações sobre características gerais do conjunto das coleções aprovadas, após a análise dos livros que as compõem. No entanto, o seu objetivo maior é o de discutir questões suscitadas na análise dos livros inscritos no PNL 2015 e que dizem respeito, mais amplamente, à abordagem de conteúdos matemáticos estudados no ensino médio. Espera-se, assim, contribuir para a melhoria do processo de escolha do livro didático e, acima de tudo, concorrer para aprimorar seu uso na sala de aula. Mas isso somente será possível se você, professor, confrontar este texto com suas próprias concepções e com sua experiência profissional.

A leitura não precisa seguir a sequência das seções do texto. Além do mais, ele pede leitura pausada, bem discutida, e que acompanhe o trabalho de sala de aula por um bom tempo. Só assim, o desejado diálogo com o texto ficará completo, podendo ser enriquecido com as críticas e recriações feitas por você, professor, juntamente com seus colegas.

SELEÇÃO DOS CONTEÚDOS

Quais foram os conteúdos escolhidos para compor as obras aprovadas? Essa é uma das primeiras questões a que as resenhas procuram responder. Para tanto, elas trazem sumários dos tópicos abordados nos livros.

Uma análise desses sumários, que também indicam o número de páginas dedicadas a cada tópico e o total aproximado de páginas com textos didáticos em cada volume, permite que se faça uma apreciação geral relativamente a duas perguntas. A primeira é: existe um perfil de escolhas de conteúdo predominante no conjunto das coleções? A segunda diz respeito às escolhas de conteúdo: elas são adequadas, seja em um recorte qualitativo, seja do ponto de vista quantitativo? Nos parágrafos seguintes, essas duas questões são comentadas.

São muito numerosas as possibilidades de classificação da Matemática atual em campos (ou em ramos) quando se consideram todos os níveis de complexidade desse saber científico, mas não cabe aqui discutir tais classificações. Além disso, no âmbito da formação básica, os conteúdos matemáticos têm sido organizados em um número reduzido de campos mais tradicionais como: aritmética, álgebra, geometria, estatística e probabilidade.

Sabe-se que, mesmo nesse nível básico, não há uma única possibilidade de agrupamento da matemática escolar em campos (ou ramos). No entanto, para efeito da avaliação do PNL 2015 os conteúdos matemáticos foram agrupados nos seguintes **campos**: números; funções; equações algébricas; geometria analítica; geometria; estatística e probabilidade. Entretanto, nem a Matemática nem a sua vertente escolar devem ser encaradas como uma justaposição de campos (ou ramos) estanques, mas como um conjunto de conhecimentos com muitas conexões entre si.

1 - Seria útil, como leitura complementar, a consulta aos textos [BRASIL, 2004] e [BRASIL, 2011] citados na bibliografia, na medida em que há muito em comum entre eles e o presente texto.

Na classificação adotada neste texto, o campo dos **números** inclui os tópicos: conjuntos; conjuntos numéricos; números reais; números e grandezas; e números complexos. Abrange, ainda, combinatória, representada pela contagem de coleções discretas. Em **funções** são considerados: o conceito de função e suas propriedades; sequências; funções afins e afins por partes²; funções quadráticas; funções exponencial e logarítmica; funções trigonométricas; matemática financeira; e o conceito de derivada. Em **equações algébricas** estão reunidos os tópicos: polinômios e equações polinomiais; matrizes; determinantes; e sistemas lineares. Em **geometria analítica**, incluem-se os tópicos: retas, circunferências e cônicas no plano cartesiano; e transformações geométricas. No campo da **geometria**, os tópicos são: geometria plana (incluindo trigonometria); geometria espacial de posição; poliedros; e as grandezas geométricas. Já em **estatística e probabilidade** estão contidos: o conceito clássico de probabilidade; probabilidade condicional e independência; coleta, organização, representação e interpretação de dados; medidas de posição e de dispersão de um conjunto de dados; e, eventualmente, relações entre estatística e probabilidade. Convém esclarecer que a classificação adotada nesta análise não é a única possível.

Quando se examinam os sumários das coleções, é possível afirmar que há um padrão de escolhas de conteúdos nessas obras. De fato, quase todos os itens apontados na classificação indicada no parágrafo precedente estão presentes nas coleções aprovadas. Naturalmente, essa uniformidade de escolhas não significa que não haja diferenças entre as coleções, visto que cada uma contém especificidades que a distinguem das demais.

Identificado esse padrão geral, cumpre observar que se trata de um elenco de conteúdos que vem sendo proposto há bastante tempo no ensino médio. Tais conteúdos são, no geral, importantes e oportunos, porém demandam uma atualização, com retirada ou redução de alguns tópicos e inclusão de outros. Nos comentários específicos por campo, discutem-se essas modificações desejáveis e ainda não plenamente adotadas nas obras. Do ponto de vista da quantidade de conteúdos propostos nos livros didáticos, há algum tempo, vem sendo criticado o excesso de conceitos e procedimentos matemáticos, dificilmente compatível com o tempo escolar disponível para que todos esses tópicos sejam efetivamente ensinados e, acima de tudo, aprendidos. Esse exagero tem resultado em obras didáticas muito densas e extensas. No PNLD 2015, por exigência estabelecida em seu edital, houve algum progresso nessa direção, pois as obras não puderam ultrapassar 320 páginas por volume. Mas ainda há muito por fazer relativamente à escolha de conteúdos matemáticos que sejam, de fato, imprescindíveis à formação no ensino médio, seja como preparação dos jovens para a continuidade de estudos, seja para sua integração na sociedade como cidadão mais crítico. A Tabela 1, a seguir, mostra a distribuição do número de páginas por volume de cada

2 - Consideram-se incluídas, neste tópico, as inequações do 1º e do 2º grau e as equações e inequações associadas às funções exponenciais, logarítmicas e trigonométricas. As equações 1º e do 2º grau são consideradas no campo das equações algébricas.

coleção no PNLD 2015, enquanto a Tabela 2 permite comparar as médias relativas ao PNLD 2015 com as do PNLD 2012.

Tabela 1 – Número de páginas das coleções aprovadas no PNLD 2015

Código da coleção	27519	27582	27583	27585	27588	27602	Média
Volume 1	295	296	304	320	304	320	306
Volume 2	319	320	320	320	320	320	320
Volume 3	223	216	231	256	320	320	261
Total	837	832	855	896	944	960	887
Média	279	277	285	299	315	320	296

Tabela 2 – Número médio de páginas das coleções aprovadas no PNLD 2012 e no PNLD 2015

PNLD	2012	2015
Volume 1	359	306
Volume 2	364	320
Volume 3	293	261
Total	1017	887
Média	339	296

Em algumas obras, a redução do número médio de páginas foi, acertadamente, acompanhada da indicação de alguns tópicos como opcionais, por serem julgados não integrantes do núcleo essencial a todo aluno do ensino médio, embora possam ser importantes como formação básica para algumas carreiras técnicas ou científicas.

Mesmo com essas ressalvas, os conteúdos a serem estudados continuam excessivos. Isso, juntamente com as limitações decorrentes da repartição do tempo escolar com muitos outros componentes curriculares, demanda que os docentes, ao planejarem seu trabalho didático, façam escolhas, em especial nas listas de exercícios propostos. A seleção e alguma reorganização dos conteúdos são fundamentais para que sejam priorizados os temas centrais dos vários campos,

em vez de detalhamentos dispensáveis em uma primeira aprendizagem dos conteúdos. Outra regularidade observada na análise dos sumários das coleções aprovadas refere-se à distribuição dos campos ao longo dos três livros da coleção. Isso será objeto da próxima seção deste texto.

DISTRIBUIÇÃO DOS CONTEÚDOS

Considerando-se todos os textos didáticos apresentados nos livros, foi feita uma contagem do número de páginas (ou a soma de frações de página) dedicadas a cada campo. Em seguida, verificou-se a porcentagem dessa quantidade em relação ao total de páginas em cada livro. Dessa forma, foi possível fazer uma estimativa razoável da atenção dedicada aos diferentes campos, em cada um dos três volumes. O exame deles revela algumas características comuns das obras aprovadas no PNLD 2015.

No primeiro ano, há uma clara concentração no estudo das funções em detrimento dos demais campos. Todas as coleções dedicam mais de 60% de seus textos didáticos a esse campo. Tal excesso decorre, em parte, de um tratamento muito extenso e fragmentado das funções e de suas propriedades. Essa concentração leva a que, em praticamente todas as obras, sejam excluídos os conteúdos relativos a outros campos, no primeiro volume, como se comenta com mais detalhes a seguir. A geometria analítica está quase ausente nos livros destinados ao 2o ano e, em todas as coleções a balança pende, em demasia, para o estudo da geometria de posição ou para o das grandezas geométricas área e volume, associadas a figuras planas ou espaciais. Já nos livros do 3o ano, é dada excessiva atenção à geometria analítica, em prejuízo de outros campos. O padrão observado nas obras aprovadas, em que não há um equilíbrio adequado na distribuição dos campos da matemática escolar, merece atenção especial do professor no planejamento anual do trabalho didático. Isso porque o referido padrão dificulta o estabelecimento de conexões entre os conteúdos matemáticos, tema que será objeto dos comentários da próxima seção.

O PAPEL ARTICULADOR DOS CONCEITOS MATEMÁTICOS

Nesta seção, é feita uma breve discussão sobre conceitos matemáticos como modelos abstratos para fenômenos estudados nas várias ciências naturais e humanas. Isso os torna instrumentos articuladores privilegiados da Matemática com o conhecimento produzido nessas ciências. Ao lado desse papel, no interior da própria Matemática, os conceitos de maior generalidade constituem-se, de modo destacado, em elementos de conexão entre os seus vários campos.

O conceito de função é um dos exemplos mais importantes de instrumento para o estudo dos fenômenos nas demais ciências e o de elemento integrador no âmbito da própria Matemática. E, para tornar mais claros esses comentários gené-

3 - Um eixo é tomado aqui como uma reta munida de um sistema de coordenadas, constituído por uma origem, um ponto unitário e um semieixo positivo, todos arbitrariamente estabelecidos, de início. Sabe-se que, em um eixo, se pode associar cada ponto da reta a um único número real e, reciprocamente, cada número real a um único ponto da reta.

ricos, considere-se o estudo de um móvel que se desloca sobre um eixo³. Nesse caso, pode-se adotar um modelo matemático com base nas suposições:

- a) no momento inicial, $t = 0$, o móvel está na origem do eixo;
- b) a cada instante posterior, decorridos t segundos⁴ do início do movimento, o móvel está no ponto do semieixo positivo cuja distância à origem é de x centímetros;
- c) a medida x é dada por uma função real da variável real t , representada por $x = x(t)$.

Adotado esse modelo, o estudo do movimento do objeto fica estreitamente associado ao das propriedades da função $x = x(t)$ adotada.

Entre essas propriedades, destaca-se a continuidade. De modo intuitivo e simplificado, a continuidade da função $x = x(t)$, em um ponto t_0 de seu domínio, refere-se ao fato de que podem ser obtidos valores de $x(t)$ arbitrariamente próximos do valor $x(t_0)$, quando se toma a variável t suficientemente próxima de seu valor t_0 . Dito de outro modo, se $x = x(t)$ não é contínua no ponto t_0 , existem valores de t arbitrariamente próximos de t_0 que têm imagens $x(t)$ a distâncias de $x(t_0)$ maiores do que um certo número fixo, e, assim, não estão próximas de $x(t_0)$ tanto quanto se queira. Diz-se, também, que $x = x(t)$ é contínua no ponto t_0 , se $x(t)$ tende para o limite $x(t_0)$ quando t tende para o limite t_0 . Este último modo de caracterizar a continuidade de uma função é aparentemente mais simples, mas, na verdade, apenas se transfere a dificuldade para o conceito de limite de uma função. Quando uma função é contínua em todos os pontos de seu domínio D , diz-se que é ela contínua em D .

Inegavelmente, o ensino na escola básica do conceito de continuidade de uma função do tipo $x = x(t)$, definida em um subconjunto D dos números reais, carrega dificuldades inerentes ao próprio conceito. Por isso, ao ensiná-lo, em um livro didático ou em sala de aula, têm sido frequentemente usados recursos que apelam para a visualização. O gráfico cartesiano é um dos mais empregados. A despeito de ser esse um recurso válido para auxiliar na compreensão do conceito de continuidade, alguns cuidados são indispensáveis para que sejam evitados tropeços conceituais que venham a dificultar o aprofundamento da aprendizagem. Não é raro afirmar-se que, se uma função do tipo $x = x(t)$ é contínua, então seu gráfico é uma curva que “pode ser traçada sem tirar o lápis do papel” ou, equivalentemente, se não é possível traçar o gráfico de uma tal função “sem tirar o lápis do papel”, então ela não é contínua. No entanto, esse critério não é válido. Por exemplo, o gráfico cartesiano da função $x = \text{tg}(t)$ não “pode ser traçado sem tirar o lápis do papel”, mas essa função é contínua em todo o seu domínio. Para que o critério possa ser usado nas funções estudadas no ensino médio, sem

4 - As unidades de duração de intervalo de tempo (segundo) e de comprimento (centímetro), aqui escolhidas, são inteiramente arbitrárias e não interferem na argumentação subsequente no texto. Além disso, os comentários feitos dizem respeito a funções entre números, que são as medidas das grandezas envolvidas.

5 - De modo informal, um conjunto é conexo se não é constituído de “partes separadas”. No conjunto dos números reais, os únicos subconjuntos conexos são os intervalos (de qualquer tipo). Com a função tangente, o critério citado não tem validade, pois o domínio dessa função é a união de intervalos abertos e disjuntos, o que não é um conjunto conexo. A esse respeito, é preciso evitar denominar de intervalo a união de dois intervalos abertos e disjuntos. Por vezes, tal denominação é, equivocadamente, adotada, porém essa união não é um conjunto conexo e, portanto, não é um intervalo.

riscos de erro, deve-se exigir que elas tenham domínios conexos na reta⁵.

Prosseguindo nas propriedades das funções, trata-se, a seguir, da taxa média de variação de uma função. Sua importância extrapola o âmbito interno da Matemática e é também fundamental no estudo dos fenômenos nas ciências naturais e humanas.

Um exemplo típico é o da velocidade média de um objeto que se desloca no semieixo não negativo. O quociente entre o comprimento do segmento de reta percorrido e o tempo gasto nesse percurso é o que se denomina, em Física, de **velocidade média** do móvel. Nesse modelo, a velocidade média do móvel, ao se deslocar da posição $x(t_1)$, $t_1 > 0$, para a posição $x(t_1 + \Delta t)$, $\Delta t \neq 0$, nada mais é do que a taxa média de variação da função $x = x(t)$, no intervalo de tempo igual a $x(t_1 + \Delta t) - t_1 = \Delta t$, isto é, o quociente de $x(t_1 + \Delta t) - x(t_1)$ por Δt . Com um pouco mais de elaboração teórica, mas ainda de modo intuitivo, pode-se tratar o conceito de **velocidade instantânea** do móvel em um dado instante t_1 , $t_1 > 0$, pela suposição de que existe o limite do quociente acima mencionado quando o valor de Δt tende a zero, assumindo tanto valores positivos quanto negativos. Com esses instrumentos teóricos – função, taxa média de variação, taxa de variação em um ponto – e suas consequências, o estudo dos diversos tipos de movimentos possíveis desse objeto, ao longo de um eixo, pode ser feito por meio das propriedades da função $x = x(t)$.

Do ponto de vista matemático, a velocidade instantânea corresponde ao conceito de taxa de variação de uma função em um ponto de seu domínio, ou seja, de derivada de uma função nesse ponto. A esse respeito, é consensual que o conceito de derivada é um tópico que deve ser considerado opcional no ensino médio.

O procedimento empregado para o caso da posição de um objeto em movimento pode ser adotado sempre que se tem a possibilidade de escolher uma função matemática para modelizar uma situação em que os valores de uma grandeza estão relacionados com os de outra. E o leque dessas situações é, sem dúvida, muito amplo: preço de um bem e sua demanda; comprimento de uma barra e a temperatura dessa barra; a temperatura de um objeto que esfria em um meio de temperatura mais baixa e o tempo decorrido; o volume de líquido que permanece em um recipiente em cada instante e o tempo de escoamento por um orifício no fundo do recipiente; a área de um retângulo de base fixa e a sua altura variável e muitos outros.

Em cada um desses exemplos, a taxa média de variação da função escolhida para modelizar o fenômeno é um conceito que assume um papel análogo ao da velocidade média no caso do modelo para o deslocamento de um móvel e, assim, ocupa um importante lugar no estudo do fenômeno. No ensino médio atual, nota-se uma tendência acertada em se abordar o conceito de taxa média de variação, embora, na maioria das vezes, restringindo-se ao caso das funções afins.

É também importante estudar os conceitos de crescimento ou decréscimo das funções reais de variável real, tema sempre abordado no ensino médio. Diz-se que uma função $x = x(t)$ é crescente, se quaisquer que sejam t_1 , t_2 pertencentes ao seu domínio:

se $t_1 < t_2$, então $x(t_1) \leq x(t_2)$.

Se esta última desigualdade é substituída por $x(t_1) < x(t_2)$, tem-se o que se denomina uma função estritamente crescente no seu domínio. De modo análogo, caracterizam-se as funções decrescentes e estritamente decrescentes. Às vezes, incorre-se no equívoco de deduzir, por exemplo, que uma função é crescente pela verificação da implicação que define o conceito apenas para um par de pontos do domínio da função.

Nos parágrafos anteriores, tomou-se uma função real de variável real como modelo para o estudo de fenômenos de diversos tipos. Uma questão fundamental que surge no estudo desses fenômenos é o de saber que tipo de função o modeliza mais adequadamente. A esse respeito, alguns equívocos têm sido cometidos ao se responder a essa questão. Por exemplo, em um fenômeno envolvendo duas grandezas ordenadas, no qual o aumento de uma implica na diminuição de outra, por vezes adota-se, para modelo, uma função afim decrescente, o que nem sempre é correto. Tal função pode ser bem escolhida para modelizar, por exemplo, o saldo em uma conta corrente (sem rendimentos e com saldo positivo no instante inicial) em função do tempo, quando, da conta, apenas são feitas retiradas fixas e periódicas. Mas não é adequada quando se trata de modelizar a relação entre o preço de determinado produto e a oferta desse produto no mercado, situação em que se recorre usualmente a uma proporcionalidade inversa. Igualmente, não é indicada para modelizar a relação da temperatura de um corpo em esfriamento com o tempo decorrido, caso em que uma função exponencial decrescente é mais apropriada.

Pelo exposto, o conceito de função desempenha um relevante papel articulador entre a Matemática e o conhecimento produzido nas outras ciências. Além disso, juntamente com o conceito de número, são dois dos mais destacados instrumentos integradores entre os vários campos da Matemática. Mas, naturalmente, não são os únicos conceitos a cumprir esse papel. Na verdade, a Matemática deve ser entendida não como uma justaposição de campos estanques, mas como um conjunto de conhecimentos com muitas conexões entre si. Nas seções seguintes, ainda que focalizando especificidades de cada campo, procuram-se comentar as possibilidades de articulação entre os conceitos desses campos.

NÚMEROS

Nos livros didáticos para o ensino médio, há uma tendência a se fazer, já no início do livro do primeiro ano, um estudo simplificado das noções da teoria dos conjuntos. Essa é uma escolha adequada, particularmente se os exemplos apresentados estão relacionados aos conjuntos numéricos dos naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais. Contudo, há casos em que é dada atenção excessiva às noções e à simbologia relativas aos conjuntos.

Um tópico importante e muito presente em todo o ensino básico é a representação decimal dos racionais e dos irracionais. É possível a abordagem dessa questão de modo simples, mas com razoável rigor matemático, este último nem sempre presente no ensino médio atual. Um primeiro passo é demonstrar que a

representação decimal de todo número racional é uma dízima finita ou periódica. Para tanto, uma ferramenta acessível ao estudante nesse nível de ensino é o algoritmo da divisão, comumente chamado de algoritmo de Euclides. A proposição acima mencionada pode, de modo sintético, ser escrita como: (a) “*Se q é racional, então q é representado por dízima finita ou periódica infinita*”. Ela é logicamente equivalente a outra: (b) “*Se é atribuído significado matemático a uma dízima não finita, nem periódica, então ela não é a representação de um número racional.*”

Recorrer a uma dessas proposições equivalentes tem sido um caminho adotado para introduzir os números irracionais no ensino básico, embora se observem algumas lacunas lógicas no percurso. Uma delas é a omissão da demonstração da proposição acima referida em sua forma (a). A outra, mais sutil, é não atribuir corretamente o significado a uma dízima não finita (infinita) e não periódica. Por vezes, são dados os primeiros termos de uma representação decimal (até mesmo no visor de um computador) e pede-se para o aluno decidir se se trata da representação de um número racional ou de um irracional. Entretanto, isso é impossível do ponto de vista matemático. Nessa direção, o que se pode é estabelecer uma regra que “quebre” a periodicidade dos termos de uma dízima infinita. Por exemplo, tome-se a representação infinita dada por

0, 101001000001000000000001.....,

na qual cada dígito 1 é seguido, imediatamente, de tantos zeros quantos dígitos o precedem na representação decimal. Dessa forma, garante-se que tal dízima é infinita, não periódica e, portanto, não pode ser a representação de um número racional. É intuitivo, então, atribuir o significado de número irracional a essa representação.

Outra forma de produzir números irracionais é recorrer às raízes quadradas de inteiros positivos e não quadrados perfeitos. O exemplo mais notável é a raiz quadrada do número 2, que, desde a Antiguidade Clássica, é objeto de estudo na Matemática. A demonstração de que esse número é irracional é um dos mais antigos e belos exemplos de dedução matemática e, acertadamente, é feita em muitas obras didáticas para o ensino médio. A prova da irracionalidade das raízes quadradas de outros inteiros não quadrados perfeitos pode ser tratada com recursos também acessíveis a alunos do ensino médio.

Um ponto a observar é que, diante dos poucos exemplos oferecidos no ensino, o estudante seja levado a pensar, erroneamente, que “os números irracionais são relativamente raros”. Sabe-se, pelo contrário, que a cardinalidade dos irracionais é maior do que a dos racionais. Dessa forma, devem-se evitar afirmações ou representações gráficas que induzam o aluno a pensar, em termos da linguagem comum, que “há menos irracionais do que racionais”.

Os números também são medidas de grandezas. Em todas as culturas humanas, desde os seus primórdios, foram realizadas medições de grandezas. Comprimento (distância), área, volume, tempo, massa, velocidade, entre outras grandezas, foram objeto de medições, processos que sempre ocuparam um papel central no desenvolvimento tecnológico e social do homem.

As medições empíricas foram simultâneas à criação dos números naturais e dos fracionários e, mais adiante na história, dos números negativos. Com esses números, englobados, atualmente, no conjunto dos racionais, é sempre possível efetuar medições empíricas de qualquer grandeza do tipo escalar. Com o desenvolvimento da Matemática, em especial a partir da civilização grega, surgiu outro tipo de medição, realizada nos modelos abstratos que constituem o cerne desse saber. Como se sabe, na medição abstrata da diagonal de um quadrado de lado unitário, surge a necessidade de ampliar os racionais, com a criação do conjunto dos números reais⁶.

As grandezas podem ser entendidas como atributos mensuráveis de objetos ou de fenômenos. A medição – empírica ou abstrata – é um processo complexo que exige várias escolhas: da grandeza a medir; da unidade de medida; do método de medição. Na medição, obtém-se um número a que se denomina medida: números racionais nas medições empíricas, números reais nas medições abstratas. Tome-se como exemplo o volume, uma das grandezas geométricas mais familiares na matemática escolar (as outras são comprimento, área e abertura de ângulo). Os objetos considerados tanto podem ser materializações de regiões limitadas tridimensionais no mundo físico, quanto modelos matemáticos dessas regiões, os denominados sólidos geométricos. Escolha-se, como exemplo, uma dessas regiões para medir seu volume⁷ e selecione-se o centímetro cúbico como unidade de medida⁸. Quando se mede uma dessas regiões, com instrumentos ou por meio de medição abstrata, podem-se encontrar, como medidas, números racionais (2 ; $\frac{1}{4}$; $1,2 \times 10^{-2}$; etc), no caso de medições empíricas ou, quando se tratar de medição abstrata, números reais (3 ; $0,7 \times 10^{-3}$; $\sqrt{5}$; π , etc). Os símbolos compostos 2cm^3 , $\frac{1}{4}\text{cm}^3$, $1,2 \times 10^2 \text{cm}^3$, $\sqrt{5} \text{cm}^3$, πcm^3 são representações de volumes. Assim, o volume de uma região tridimensional limitada aparece como um objeto matemático distinto da região, pois regiões diferentes podem possuir o mesmo volume. O volume também se distingue do número (a medida) obtido quando se mede essa região com uma unidade de medida, pois mudar a unidade altera a medida de volume, mas o volume permanece o mesmo.

6 - Sobre essas medições abstratas, cabe criticar uma tradição enraizada no ensino da matemática escolar, na apresentação do número irracional π . Esse número é apresentado, corretamente, como a razão entre o comprimento de uma circunferência e o comprimento de um de seus diâmetros. Entretanto, não se deixa claro que tais comprimentos são abstratamente definidos e não são os comprimentos existentes em materializações de circunferências em objetos ou em desenhos. Por vezes, até mesmo se induz o estudante a pensar, erroneamente, que os valores mais e mais aproximados desse número são obtidos com medições empíricas cada vez mais rigorosas. Ora, sabe-se que os valores sucessivamente mais aproximados de π , ou de qualquer outro número irracional, são obtidos com base em fórmulas matemáticas e não provêm de medições empíricas.

7 - Poder-se-ia, também, medir a área da superfície que é o contorno da região tridimensional limitada escolhida. Isso mostra que, a um mesmo objeto, podem ser associadas diferentes grandezas.

8 - Há um Sistema Internacional de Unidades (SI), um tema sugestivo e que favorece a articulação do ensino da Matemática com o da Física. A esse respeito, consultar o *Vocabulário Internacional de Metrologia: conceitos fundamentais e gerais e termos associados (VIM 2012)*. 1ª Edição Luso-Brasileira. Rio de Janeiro, 2012. (www.inmetro.gov.br).

Como se sabe, o termo “dimensão” possui vários significados, tanto na Matemática, quanto nas outras ciências. Neste ponto do texto, “dimensão” significa, de modo simplificado, “espécie de grandeza”. Assim, pode ser dito: a dimensão comprimento, a dimensão velocidade, a dimensão massa etc.

No ensino médio, as grandezas são importantes em todas as áreas do conhecimento. Entretanto, o estudo das grandezas tem sido descuidado nesse nível de ensino. Em particular, a álgebra das grandezas não vem sendo devidamente estudada. Por exemplo, para obter a área de um paralelogramo com “base” e “altura” de comprimentos $4m$ e $5m$, respectivamente, escreve-se, por vezes:

$$A = 4 \times 5 = 20 \text{ m}^2.$$

Nota-se que, em um lado da igualdade, há um número (4×5) e, no outro, uma área (20 m^2), o que não é correto. Na verdade, a chamada fórmula de área é uma igualdade entre grandezas. Em um lado da igualdade, uma área e, no outro, o produto de dois comprimentos. Portanto dever-se-ia escrever:

$$A = 4m \times 5m = 20 \text{ m}^2.$$

Essa álgebra das grandezas é o que se denomina **análise dimensional**⁹, tema estudado na Física, mas omitido na Matemática, e que seria um bom tópico articulador entre esses dois componentes curriculares. A análise dimensional é particularmente relevante no ensino médio pela existência de muitas grandezas que são razões de grandezas.

Os números complexos têm sido incluídos como tópico a ser trabalhado no ensino médio. No entanto, muitos educadores só consideram o seu estudo indispensável para aqueles alunos que vão utilizar modelos matemáticos mais avançados em suas profissões. Por exemplo, engenheiros (ou técnicos nas áreas da Engenharia), físicos e matemáticos. Mesmo nesses casos, é importante que o estudo dos complexos seja uma oportunidade privilegiada de articulação com tópicos como vetores e geometria no plano e com as equações algébricas.

A análise combinatória, ou simplesmente combinatória, é uma parte da Matemática em que se visa resolver, entre outros, problemas de contagem dos elementos de conjuntos finitos. Como é um tema com muita tradição no ensino médio, sua renovação tem sido lenta nos livros didáticos. Um desses avanços é a introdução do *princípio fundamental da contagem*, com o qual é possível obter técnicas básicas e muito eficientes de contagem.

É comum nos livros didáticos o estudo do princípio fundamental da contagem, mas muitas vezes esse princípio é logo deixado de lado e volta-se para o tratamento tradicional e estanque das combinações, arranjos e permutações. Em verdade, os problemas de contagem mais interessantes exigem o uso de mais de uma dessas técnicas. Um dos objetivos de um bom ensino de análise combinatória é desenvolver no aluno a capacidade para escolher diferentes técnicas de contagem e usá-las de modo eficiente na resolução dos problemas. É prejudicial

9 - Como se sabe, o termo “dimensão” possui vários significados, tanto na Matemática, quanto nas outras ciências. Neste ponto do texto, “dimensão” significa, de modo simplificado, “espécie de grandeza”. Assim, pode ser dito: a dimensão comprimento, a dimensão velocidade, a dimensão massa etc.

um ensino que habitue o aluno a sempre tentar resolver qualquer problema de contagem com o uso somente de fórmulas¹⁰.

FUNÇÕES

Na formação matemática no ensino médio, são estudadas quatro grandes classes de funções numéricas: as funções **afins**, as **quadráticas**, as **exponenciais** e as **trigonométricas**. É claro que essas não são as únicas funções numéricas que se devem abordar nessa fase da escolaridade. Entretanto, o entendimento delas é uma plataforma útil para a compreensão de outras funções: afim por partes (por exemplo, a função modular); proporcionalidade inversa; função definida por mais de uma sentença; polinomial de grau maior do que 2; racional, logarítmica, que é a inversa da exponencial; e as funções no campo da estatística e da probabilidade.

Uma classe especial de funções são as **sequências** de elementos de um conjunto qualquer U . Uma sequência em U é uma função cujo domínio é o conjunto dos naturais (sequência infinita) ou um subconjunto finito formado com elementos $1, 2, 3, \dots, n$ (sequência finita) e cujo contradomínio é o conjunto U . Definir sequência como uma função especial é um modo proveitoso, tanto do ponto de vista da Matemática, quanto do ponto de vista didático. De fato, entre outras vantagens, evita-se a confusão frequente entre o conceito de sequência e o de ordem. Os elementos de uma sequência podem pertencer a um conjunto qualquer, U , mesmo quando os seus elementos não são ordenados. Por exemplo, um sequência de figuras geométricas planas pode ser constituída de triângulos e de quadrados não relacionados entre si. Mesmo que o conjunto U seja um conjunto numérico, por exemplo, o conjunto dos números inteiros, pode ser formada uma sequência como

$$-1, 1, -1, 1, \dots, (-1)^n, \dots,$$

cujos termos não são ordenados na ordem usual definida nesse conjunto.

Relativamente às sequências numéricas, cabe lembrar que há uma tendência em se restringir o seu estudo a progressões aritméticas e geométricas. Sem dúvida, esses são dois exemplos privilegiados de sequências, em particular, pelas possíveis articulações que devem ser exploradas com elas: progressões aritméticas com as funções afins e as geométricas com as funções exponenciais. Contudo, as progressões estão longe de ser as únicas sequências importantes e é útil expor o estudante a um elenco mais diversificado delas, no qual se notabilizam entre outras as sequências de Fibonacci.

Ainda quanto a sequências, são muito frequentes os problemas propostos nos quais são fornecidos os três ou quatro elementos iniciais de uma sequência e

10 - Ao estudar as permutações, em geral, não se aproveita a oportunidade para relacioná-las com funções: uma permutação de um conjunto finito é, simplesmente, uma função bijetiva deste conjunto nele mesmo.

pede-se para ser determinado o termo seguinte ou, mais frequentemente ainda, o termo geral dessa sequência. Não raro, já se parte da informação de que se trata de uma “PA” ou de uma “PG”. É justificável que as atividades que visem à descoberta de regularidades em sequências tenham níveis progressivos de dificuldade e, por isso, problemas do tipo acima descrito possam ser, inicialmente, propostos aos alunos. No entanto, do ponto de vista da formação matemática tais problemas têm valor muito limitado pois o estudante não exercita adequadamente sua capacidade de observar regularidades e de testar as hipóteses que ele possa fazer. É sempre aconselhável pedir que o estudante procure encontrar **uma** lei geral e não **a** lei geral, como por vezes se pede. A esse respeito, cabe sempre lembrar, por exemplo, que a sequência iniciada com 1, 4, 7, 10.... pode ser uma progressão aritmética de termo geral dado por

$$a_n = 1 + 3(n - 1).$$

Nesse caso, o seu quinto termo deverá ser igual a 13. No entanto, também poderá ser uma sequência que não é uma progressão aritmética, com termo geral definido por

$$b_n = 1 + 3(n - 1) + (n - 1)(n - 2)(n - 3)(n - 4),$$

que tem para quinto termo o número 37.

Nos livros didáticos para o ensino médio, tem sido bastante frequente apresentar-se a noção de função de modo intuitivo, com apoio nas ideias de: relação (ou associação) entre grandezas variáveis; dependência entre grandezas; correspondência entre elementos de dois conjuntos; regra ou “lei de formação” envolvendo grandezas ou números, entre outras. O passo seguinte vem sendo sistematizar o conceito de função como uma correspondência entre elementos de dois conjuntos. Essa é uma abordagem adequada, tanto do ponto de vista matemático, quanto didático.

Nas etapas de sistematização, fazem-se necessárias explanações teóricas relativas a definições fundamentais de: domínio, contradomínio, imagem, função injetiva, sobrejetiva, bijetiva, composta, inversa, entre outros. No entanto, não raro no ensino médio, em uma fase preliminar, é dada muita atenção a esses conceitos e, quando nos momentos posteriores se fazem importantes, não são devidamente valorizados. Com relação ao conceito de domínio, um dos exemplos dessa falha é observado quando uma função do tipo $x = x(t)$ é definida com determinado domínio, por exemplo, o conjunto dos números inteiros e, sem explicação adicional, são indicados valores da função quando a variável t pertence ao conjunto dos reais não inteiros. Outro ponto, nem sempre deixado suficientemente claro, diz respeito à definição de função composta. De fato, se são dadas duas funções $f : A \rightarrow B, g : C \rightarrow D$, é possível definir a função composta $g \circ f : A \rightarrow D$, se, e somente se, a imagem de f estiver contida no domínio de g . Em símbolos:

$$Im(f) \subseteq Dom(g)$$

No estudo de funções, é importante recorrer a diferentes representações – tabelas, gráficos, fórmulas algébricas – estabelecendo-se relações entre elas. Frequentemente, um problema inicialmente formulado de maneira algébrica pode ser mais facilmente resolvido ou compreendido quando é interpretado geometricamente, e vice-versa. Por exemplo, a simetria axial presente nas funções quadráticas é facilmente perceptível no gráfico e, no entanto, pode exigir esforço de cálculo se for utilizada sua representação algébrica.

O uso de aplicativos computacionais, que permitem visualizar o gráfico de funções, ajuda tanto a perceber as propriedades dos seus vários tipos, quanto a fazer experimentos com maior riqueza de exemplos. Por isso, é elogiável a tendência, observada em alguns materiais didáticos destinados ao ensino médio, de empregar os referidos aplicativos como recursos para a aprendizagem da Matemática.

No estudo das funções, os seus gráficos no plano cartesiano desempenham um papel fundamental. Em alguns livros didáticos para o ensino médio, observa-se que não são tomados os devidos cuidados na construção de gráficos de funções. Por exemplo, com um número reduzido de valores da variável independente, induz-se o aluno a considerar que é possível construir o gráfico cartesiano de uma função. É comum passar-se, sem explicações adicionais, de uma tabela com três ou quatro valores de x para o desenho de uma parábola como gráfico de uma função quadrática. Outra falha é recorrer a gráficos estatísticos para construir funções reais de variável real. No caso das variáveis discretas, o gráfico estatístico pode ser constituído por pontos isolados no plano cartesiano ou por barras verticais. Isto não permite que, sem nenhum comentário explicativo, se passe para o gráfico de uma função com variável independente contínua. Na estatística, muitas vezes, utiliza-se o procedimento de ligar os pontos isolados de um gráfico discreto por uma curva contínua. No entanto, trata-se apenas de um procedimento para auxiliar a visualização do comportamento da variável estatística.

No ensino médio, são trabalhadas, com frequência, questões envolvendo porcentagem, acréscimo e desconto, juros simples e compostos, entre outras. Usualmente, para modelizar tais problemas reais, recorre-se às funções afim e exponencial, o que se constitui em uma aplicação prática relevante desses dois tipos de função. De modo geral, tem havido evolução positiva no tratamento desses e de outros temas da denominada matemática financeira, superando-se abordagens com ênfase na aplicação direta de fórmulas. Além disso, essas aplicações da Matemática favorecem as reflexões sobre questões sociais e econômicas relevantes e atuais, que colaboram na formação do aluno para a cidadania.

Com respeito às conexões entre conteúdos, verifica-se que, nos livros didáticos para o ensino médio, quase sempre no primeiro volume, cada classe de funções: afins, quadráticas, modulares, exponenciais e logarítmicas – é tratada em capítulos separados, nos quais são estudados os tópicos: crescimento/decrescimento; estudo do sinal; equações; e inequações.

Acertadamente, mas ainda de modo incipiente, algumas obras didáticas têm integrado, por exemplo, “inequações” e “estudo do sinal de uma função”. De fato, para uma dada função real de variável real, $y = f(x)$, “estudar o sinal da função” nada mais é do que “resolver a inequação” $f(x) \leq 0$. Resolver tal inequação equivale a encontrar valores de x para os quais $f(x) = 0$ ou $f(x) < 0$. Isso nos fornece, como consequência, os valores de x , para os quais $f(x) > 0$.

Para tratar de outro tema unificador, considere-se uma função $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, que associa a um número real x o número real y , $y = f(x)$. Tome-se, então, um número real a e formem-se as funções dadas por:

$$y = a + f(x) \quad y = f(x+a) \quad y = f(ax) \quad y = af(x)$$

As relações entre o gráfico da função f e os gráficos das funções indicadas acima são uma rica fonte de conexões entre a representação analítica e a representação gráfica das funções em jogo. Em particular, isso permite interpretar mudanças de variáveis como transformações geométricas no plano cartesiano. Esse tema tem sido abordado em livros didáticos para o ensino médio, mas, em geral, para poucas classes de funções. Um dos casos é a composição das citadas transformações aplicadas à função¹¹ $y = \cos t$, para obter a função:

$$y = a + b \cos (wt + c),$$

em que a , b e c são números reais quaisquer e w é um número real positivo. Observa-se que, apenas variando os parâmetros w e b nessa função, podem ser construídas funções periódicas de qualquer período e de qualquer amplitude. Podem-se, também, variar os outros dois parâmetros, a e c , e, dessa maneira, aumentar a classe de fenômenos periódicos a serem modelizados pela família de funções acima.

Nos livros para o ensino médio, observa-se maior atenção ao estudo da família de funções acima mencionada como modelo para os fenômenos periódicos, o que é positivo. Contudo, por ser ainda incipiente, é desejável que essa tendência seja aprofundada e estendida amplamente, no âmbito dos materiais didáticos para essa etapa do ensino.

EQUAÇÕES ALGÉBRICAS

As equações algébricas do 1o e do 2o grau, que são temas do ensino fundamental, têm sido retomadas e aprofundadas no livro do primeiro ano do ensino médio, mas nem sempre com a devida atenção. De fato, esses tópicos são importantes pelas suas aplicações, ao longo dos três anos, em outros conteúdos matemáticos e, mais ainda, em muitos assuntos de outros componentes curriculares. Além disso, as citadas equações articulam-se de modo natural com as funções afim

11 - Pode ser escolhida, com os mesmos objetivos a função $y = \sin t$.

e quadrática. Também nesse momento, o recurso aos gráficos cartesianos permite importantes conexões entre objetos matemáticos distintos e inter-relacionados: função, equação e figura geométrica. É indispensável que o aluno compreenda, por exemplo, que a parábola que ele encontra na geometria analítica não é um objeto matemático distinto do gráfico de uma função quadrática.

Desde o primeiro ano do ensino médio, uma ferramenta matemática que é útil em outros componentes curriculares são os sistemas de duas equações lineares com duas incógnitas. Seu estudo pode ser feito com simplicidade nessa etapa e em conexão com as posições relativas de um par de retas no plano cartesiano.

Quase sempre, o tratamento das matrizes é feito no 2o ano do ensino médio e, em geral, seu estudo precede o dos sistemas de equações lineares. Com frequência, para atribuição de significado às matrizes, recorre-se às tabelas de dupla entrada, o que é adequado. No entanto, na sequência acima mencionada, perde-se a oportunidade de uma contextualização significativa que pode ser estabelecida quando os sistemas lineares são trabalhados antes das matrizes. De fato, estas últimas surgem como uma ferramenta fundamental na resolução desses sistemas.

No que se refere à resolução de sistemas lineares, o método de escalonamento, atualmente o mais indicado, vem recebendo atenção crescente no ensino médio, o que é positivo. Contudo, essa tendência ainda não se consolidou em todas os livros para esse nível de ensino.

Na obras didáticas, uma evolução bem vinda, mas ainda não consolidada, é o estudo da conexão das matrizes com as transformações geométricas no plano. Aplicações das matrizes à computação gráfica e à programação linear, igualmente, são temas instigantes e atuais que são tratados em alguns livros. Contudo, no ensino médio, a abordagem das matrizes que predomina é muita técnica e fragmentada.

Muitos educadores criticam a inclusão de determinantes no ensino médio, apoiados no fato de esse conceito não ser atualmente uma ferramenta utilizada na resolução de sistemas lineares, que é feita de modo muito mais eficiente pelo método de escalonamento. Outros sugerem que os determinantes sejam um tópico opcional, dada a sua inegável importância na Matemática. No entanto, há maior consenso quando se trata de criticar a abordagem que predomina no ensino médio. Nos determinantes de matrizes 2×2 , ainda se encontra um vínculo com a resolução de um sistema de duas equações com duas incógnitas, mas, para os de ordem 3, predomina um tratamento muito técnico e repleto de regras não devidamente justificadas como as de Sarrus, Chió, Laplace.

Em geral, a articulação entre sistemas lineares e geometria, no caso dos sistemas 2×2 de equações lineares é bem conduzida. Nesse caso, cada equação do sistema representa uma reta no plano cartesiano e o sistema terá infinitas soluções, uma única ou nenhuma solução, a depender da posição de uma reta em relação a outra: coincidentes, concorrentes ou paralelas.

No entanto, já não é tão simples realizar conexão análoga, entre sistemas 3×3 de equações lineares e as posições relativas de três planos no espaço tridimensional. Uma dificuldade vem de que, comumente, o estudo da equação carte-

siana de um plano no espaço tridimensional não é feito no ensino médio. Em face disso, tem prevalecido uma abordagem meramente informativa para relacionar as possibilidades de solução de um sistema linear 3×3 com as posições relativas de três planos no espaço, o que é insatisfatório do ponto de vista da aprendizagem.

GEOMETRIA ANALÍTICA

Desde suas origens, a geometria analítica é um campo privilegiado para as conexões entre a álgebra e a geometria. É sabido que a escolha de um sistema de coordenadas permite que se estabeleça uma estreita relação entre, de um lado, figuras geométricas e, do outro, equações (ou inequações) envolvendo as coordenadas dos pontos. Na geometria analítica, tanto se resolvem problemas geométricos recorrendo a métodos algébricos, quanto se atribui significado geométrico a fatos algébricos.

No ensino médio, comumente, a geometria analítica no plano é trabalhada somente no 3o ano, ocasião em que se devem estudar reta, circunferência e cônicas no plano cartesiano. Um aspecto que tem sido alvo de crítica, mas que tem persistido na geometria analítica trabalhada no ensino médio, é a fragmentação dos conceitos. Por exemplo, no estudo da reta, vários tipos de equação – geral, reduzida, segmentária, paramétrica, entre outras – são apresentados isoladamente e com igual destaque, prejudicando-se, assim, uma abordagem mais integrada dessas equações.

O estudo da circunferência e das cônicas não foge ao padrão de segmentação observado no estudo da reta. O que atenua essa limitação é a atenção crescente que vem sendo dispensada ao método de completar quadrados para obter a forma canônica de equação de uma circunferência e que permite determinar as coordenadas do centro e o comprimento do raio.

São importantes as conexões da geometria analítica com outros tópicos como: gráficos de funções; representações geométricas dos sistemas lineares; matrizes de transformações geométricas. Apesar disso, ainda são pouco valorizadas no ensino médio essas articulações, tanto ao tratar dos sistemas lineares, funções e matrizes, quanto no estudo geometria analítica.

Para atribuir significado ao nome “cônicas”, é apropriado referir-se às seções planas de uma superfície cônica. No entanto, é preciso cautela para caracterizar o tipo de seção plana que gera uma hipérbole ou uma parábola em um cone de duas folhas. Também é necessário, cuidado na associação de cônicas a fenômenos da Física. Por exemplo, uma região iluminada, em uma parede vertical, por uma lâmpada cujo abajur é um tronco de cone ou um cilindro tem contorno dado, em geral, por dois ramos de duas diferentes hipérbolas e não dois ramos de uma mesma hipérbole. Um fio suspenso entre dois postes é modelizado mais apropriadamente por um arco de catenária e não por um arco de hipérbole ou de parábola. Já os cabos de sustentação de uma ponte pênsil, podem ser modelizados por arcos de parábola e não por arcos de catenária.

GEOMETRIA

No ensino médio, o aluno é levado a conhecer o caráter dedutivo da geometria, em geral na parte da geometria espacial denominada “geometria de posição”, porém muitas vezes sem os cuidados necessários. Isso acontece ao serem propostos, como ponto de partida, variados conjuntos de axiomas, por vezes insuficientes para as deduções que são feitas posteriormente.

Uma das falhas relacionadas com a tentativa de fazer uma introdução à geometria dedutiva é que isso, em geral, permanece completamente isolado no percurso de aprendizagem do aluno, com pouco reflexo em momentos posteriores. Encerrado o período em que se mencionaram axiomas e teoremas, raramente se volta a estudar uma dedução, seja em geometria, seja em outro campo da matemática escolar.

Além disso, no ensino usual, as justificativas apresentadas para calcular o volume de prismas, em particular do paralelepípedo reto-retângulo, somente são válidas se as arestas forem comensuráveis entre si. Não é indispensável, no ensino médio, fazer uma demonstração completa da validade dessa fórmula, mas se deve mencionar que existem casos não cobertos pela argumentação restrita ao caso de arestas comensuráveis entre si. E mais, informar que, com recursos mais avançados, é possível demonstrar que a expressão indicada aplica-se a qualquer paralelepípedo.

Acertadamente, os livros didáticos para o ensino médio têm recorrido ao princípio de Cavalieri para calcular volumes que, de outro modo, exigiria métodos infinitesimais. No entanto, é necessário cuidado e clareza ao empregar esse princípio. Por exemplo, por vezes, não se justifica de modo satisfatório a igualdade das áreas das seções dos sólidos, necessária para aplicação do referido princípio.

Nota-se, no tratamento da geometria espacial, a mesma tendência encontrada na apresentação da geometria plana no ensino fundamental: a ênfase na nomenclatura e nas classificações e a falta quase total de problemas genuínos. Por exemplo, os problemas sobre áreas e volumes recaem em monótonas aplicações da álgebra. Observa-se, geralmente, pouca exploração da capacidade de visualização, tão necessária em estudos posteriores e em muitas profissões, como as ligadas à mecânica, à arquitetura e às artes. Aqui, a apresentação de vistas de sólidos mais complexos do que os estudados no ensino fundamental seria uma ótima oportunidade para exercitar as capacidades de visualização espacial dos alunos.

O ensino médio usual não têm contribuído de modo desejável para o aperfeiçoamento das habilidades de desenho e de visualização de objetos geométricos. Nesse sentido, seria importante explorar diferentes perspectivas, projeções, cortes, planificações, entre outros recursos de representação dos objetos.

De modo análogo, é necessário evoluir no tratamento da questão da dimensão das figuras geométricas. Essas figuras podem ser classificadas segundo diferentes critérios e as relações entre as classes resultantes dessas diferentes categorizações nem sempre são devidamente esclarecidas. De modo breve, podem-se classificar as figuras geométricas segundo a di-

mensões inteiras: 0, 1, 2 e 3. Elas também podem ser repartidas em figuras geométricas planas e espaciais. As primeiras são aquelas nas quais existe um plano que as contém. As segundas são aquelas em que tal condição não é válida, ou seja, para qualquer plano que contenha um ou mais pontos da figura existe, pelo menos, um ponto da figura que não está nesse plano.

No caso do ensino médio, os poliedros são geralmente definidos como figuras geométricas tridimensionais (maciças) e, portanto, espaciais. Já as superfícies que são o contorno dessas figuras são espaciais mas **não tridimensionais e, sim, bidimensionais. A esse respeito, o cuidado necessário, ao se proporem atividades de planificação, é deixar claro que elas visam à planificação da superfície do poliedro e não à do poliedro como um objeto tridimensional.**

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

Os conhecimentos estatísticos, como é sabido, estão cada vez mais presentes no cotidiano das pessoas. Suas aplicações são efetivas nos vários ramos da tecnologia e das ciências exatas, naturais ou humanas. Em qualquer um deles, os resultados obtidos e as conclusões apresentadas são baseadas em modelos que, por serem uma simplificação da realidade, são constantemente aperfeiçoados ou mesmo atualizados. A decisão de quais itens incluir, ou não, em um modelo, bem como o ônus de se trabalhar com amostras ao invés de populações, implicam incerteza nas conclusões, que permeia o raciocínio e a decisão de caráter estatístico. Além dessa incerteza, que é mediada pela probabilidade, a análise estatística tem que reconhecer e tratar a presença de variabilidade, característica sempre presente em todas as variáveis provenientes de fenômenos observados ou de experimentos. O estudo dessa condição de não determinismo no campo da estatística deve estar presente no cotidiano escolar, desde a escola básica, sob pena de criarmos cidadãos reféns de informação veiculada, sem crítica e sem autonomia de pensamento.

De modo geral, pode-se dizer que o ciclo associado a uma análise estatística se inicia com uma questão de interesse, seguida das seguintes etapas: planejamento de pesquisa e/ou experimento; definição adequada da população e da amostra; coleta e organização de dados; análise descritiva, que inclui as análises gráficas e/ou tabulares, as distribuições de frequência e as medidas de tendência central e de dispersão, bem como outras análises pertinentes. Sua finalização acontece com a tomada de decisão em relação à questão inicial. Para essa conclusão, é possível construir, quando pertinente, uma análise de inferência formal por meio de argumentos de natureza probabilística. No entanto, na escola básica, o que se pretende é o desenvolvimento de quase todas as etapas, incluindo a parte descritiva, que permite bastante familiaridade com os dados. Com respeito ao desenvolvimento da inferência formal, esta deve ser postergada ao ensino universitário (pelo menos no atual estágio), dando lugar ao que está sendo chamado, na literatura especializada, de inferência informal. Esta última, encaminha sugestões sobre o possível comportamento das populações envolvidas, com base em argumentos sobre a análise dos resultados encontrados.

No ensino médio, entretanto, prevalece o tratamento da estatística e da probabilidade de maneira instrumental e são pouco discutidas, de maneira satisfatória, as etapas do ciclo de uma pesquisa estatística.

Discute-se, na comunidade acadêmica, se é natural a estatística estar inserida na programação do componente curricular Matemática. Porém, ao se analisarem as etapas do ciclo descrito acima, percebe-se que alguns pontos podem ser considerados como inserção natural na área de Matemática, mas, que outros, de natureza interdisciplinar, teriam espaço em outras instâncias e/ou componentes curriculares. Isto posto, a área de estatística deveria extrapolar as amarras do componente curricular e interagir com os demais componentes. Dessa forma, haveria mais possibilidades de se ampliar o leque de opções de aplicações em que o estudante pudesse questionar a realidade e aplicar o ciclo de análise estatística. A elaboração de projetos daria sentido a esse pensamento. Nesse sentido, muitas coleções fazem propostas no Manual do Professor que seria importante levar para a sala de aula.

Gráficos e tabelas são muito frequentes nos livros didáticos para o ensino básico e alguns deles reservam capítulos específicos para o estudo mais detalhado dessas representações. Muitos livros didáticos para o ensino médio apresentam uma grande quantidade de gráficos e de tabelas produzidos na mídia. Embora presentes em algumas obras, não são frequentes as propostas de coleta de dados pelos próprios alunos e a correspondente análise desses dados. Além disso, nem sempre é conduzido um estudo crítico adequado desses instrumentos de organização e de comunicação de informações, como se comenta nos parágrafos seguintes.

A grande quantidade de gráficos não é acompanhada da discussão de aspectos importantes associados à análise descritiva, como: o grupo pesquisado (se é uma amostragem ou uma pesquisa censitária); a classificação da variável analisada (quantitativa ou qualitativa); a opção por trabalhar com frequência absoluta ou relativa e suas consequências; a escolha de escalas adequadas para os eixos; e as variáveis que estão sendo relacionadas em um mesmo gráfico.

Um tipo de representação gráfica que é frequente na estatística é o **histograma**, que deve ser usado somente para variáveis quantitativas cujos valores estão dispostos em classes. Um histograma é um gráfico com retângulos justapostos, cuja base (abscissa) representa o intervalo de classe associado à variável e a altura (ordenada) é proporcional à frequência de classe. Não é um gráfico de barras, que é uma das representações apropriadas para variáveis qualitativas.

Além disso, o emprego de um histograma requer uma discussão da eventual necessidade de se trabalhar com diferentes valores na ordenada – frequência absoluta, frequência relativa ou densidade – dependendo de serem ou não iguais as amplitudes de classe.

Mais amplamente, são pouco frequentes as atividades que incentivam a análise crítica de representações de dados usadas na mídia ou em divulgação de pesquisas científicas. Igualmente, sente-se falta de comparações com outras formas de representação de dados e de uma crítica de possíveis interpretações

equivocadas. Essas deficiências, muitas vezes, dificultam o acesso ao conteúdo apresentado e a compreensão da própria construção da representação gráfica.

No ensino médio, é praticamente ausente uma forma de apresentação gráfica, para uma variável quantitativa, que pode ajudar na compreensão inicial sobre o comportamento dos dados, dada a sua simplicidade: o gráfico de pontos (*dotplot*). Com o uso de uma mesma escala, podem ser construídos vários gráficos de pontos, facilitando a visualização para efeito de comparação entre grupos.

Com relação à natureza das variáveis estatísticas, apesar de os livros didáticos conterem, em sua maioria, um tópico referente à sua classificação (quantitativa ou qualitativa), essa classificação não está tão presente como deveria no momento da apresentação de gráficos, tabelas e medidas descritivas. Essa ausência pode levar o aluno a pensar que qualquer uma das ferramentas de representação de dados serve para qualquer tipo de variável. Outro ponto a ser mencionado é que pouco se discute o fato de que as variáveis discretas são geralmente (e não exclusivamente) obtidas por contagem (pois é possível construir um experimento em que a variável não foi obtida por contagem, e pode assumir um conjunto enumerável de valores, o que também configura uma variável discreta).

Com relação às medidas descritivas para variáveis quantitativas, sobressai, no ensino médio atual a preferência pela caracterização de **média**, **mediana** e **moda** como medidas de tendência central. Além dessa caracterização de uso corrente, há também a prática de chamá-las de medidas de posição, no sentido de poderem ser posicionadas diretamente no mesmo eixo em que as medidas são registradas. Esta última forma parece ajudar mais o aluno na compreensão do caráter da medida e de sua relação com os dados observados. O cálculo de medidas descritivas deveria ser analisado à luz do raciocínio estatístico e não meramente por meio dos resultados numéricos. Aprender técnicas de cálculo sem ser capaz de interpretar seus resultados é enfadonho e desnecessário.

Por exemplo, no caso de medidas de posição, o papel da mediana nem sempre é destacado nas obras didáticas como uma alternativa ao uso da média (sendo mais representativa do que a média para resumir dados notadamente assimétricos), e nem como uma possível indicação de simetria dos dados quando média e mediana coincidem. Como a média é muito influenciada por valores extremos, a mediana é uma substituta natural no caso dessas ocorrências. É fundamental para o entendimento da mediana, enfatizar-se que ela é uma medida em que intervém a ordem, mas a menção de que os dados devem estar ordenados antes de seu cálculo nem sempre está explícita para facilitar o entendimento do aluno. Outras medidas de posição, como quartis e percentis, são muito úteis na comparação de grupos para a elaboração da inferência informal.

Ainda para variáveis quantitativas, são definidas as chamadas medidas de dispersão, que caracterizam a variabilidade presente nos dados. A mais simples das medidas, de imediato entendimento por parte dos alunos, é a amplitude (diferença entre o valor máximo observado e o valor mínimo observado), raramente mencionada nos livros didáticos. É de se notar que essa medida é usada em algumas coleções como mero instrumento para calcular o comprimento e o núme-

ro de intervalos de classe de uma variável quantitativa, para construção de um histograma. Mas depois, na grande maioria dos casos, não se volta a ela como medida de dispersão. Não se trata de eleger a amplitude como a melhor medida de dispersão (ela tem fragilidades, como a de ignorar o *miolo* dos dados) e, sim, de usar um princípio quase intuitivo de variabilidade para introduzir o tema.

Mesmo no estudo da variância, do desvio padrão ou do desvio médio absoluto, a interpretação associada ao conceito de variabilidade não é valorizada. Assim, esse estudo costuma ser reduzido a técnicas operatórias, com pouca discussão de seus significados para a compreensão dos dados. Somente em algumas obras didáticas para o ensino médio tem sido abordado o coeficiente de variação, uma medida de variabilidade relativa muito útil para comparar dispersão em conjuntos com médias diferentes. Também no que se refere à análise descritiva, a profusão de exercícios é desnecessária.

No ensino médio, as buscas pelo aprofundamento dos conteúdos da área de estatística levam a imprecisões como se verifica nas tentativas de abordagem inicial da inferência formal. Uma das inadequações verificadas ocorre no ajuste de histogramas por uma curva normal, o que às vezes é pertinente e outras não. A própria inclusão, no ensino básico, do estudo da distribuição normal e da distribuição binomial é discutível e exige maior conhecimento estatístico, para que não fique somente na abordagem instrumental. Trabalhar com a distribuição pressupõe estar no plano da população e a passagem da amostra para população nem sempre está clara nos textos. No estudo da probabilidade, há pontos positivos em algumas obras didáticas, como maior cuidado na abordagem dos conceitos básicos e preocupação em associá-los a problemas reais e sugestivos. No entanto, por vezes, peca-se pelo exagero de exercícios com contextualizações inadequadas, ou demasiadamente artificiais, quando poderiam ser sugeridas, por exemplo, simulações em sala de aula (com lápis e papel ou com recursos tecnológicos quando houver) que enriqueceriam e motivariam os cálculos posteriores de probabilidade.

Há tradição arraigada de se anteceder o estudo da probabilidade (e da estatística) por um longo e fragmentado capítulo de análise combinatória. É certo que a contagem de possibilidades é uma ferramenta muito útil para se resolverem problemas de probabilidade, quando se utiliza sua definição clássica. No entanto, estender demais a preparação em análise combinatória pode levar o aluno a pensar que, sem todo aquele arsenal, não é possível compreender probabilidade (nem estatística). Em contrapartida, o diagrama de árvore poderia ser usado, em vários momentos, para facilitar a compreensão do aluno. Quanto à definição de probabilidade, algumas obras trazem tanto a definição clássica quanto a definição frequentista, o que demonstra um entendimento positivo sobre a necessidade de se obter definições que não tenham a limitação da definição clássica. Probabilidade também pode ser pensada como uma medida que quantifica a incerteza perante um resultado futuro. A definição clássica tem como premissa que os eventos possíveis sejam equiprováveis (ou seja, que tenham a mesma probabilidade). Para não se incorrer em uma tautologia (definir probabilidade usando o termo probabilidade), torna-se necessário atribuir à expressão ‘ter a mesma

probabilidade' um significado apoiado não no conceito de probabilidade (o que seria tautológico), mas em propriedades de simetria e homogeneidade presentes nos objetos envolvidos no experimento. Por exemplo, no lançamento de um dado simétrico e homogêneo (“honesto”) é razoável supor que todas as faces tenham a mesma chance de ficarem voltadas para cima. Dessa forma, o quociente $1/6$ é uma boa medida da chance de uma dessas faces ficar voltada para cima. Na abordagem didática, no entanto, é preciso sempre insistir na condição de se tratar de um dado “honesto” e, em outros experimentos aleatórios, explicitar, sempre, as condições que amparam a suposição de equiprobabilidade.

Em relação às noções básicas de probabilidade, observa-se que, frequentemente, no ensino médio, não é apresentada, de maneira apropriada, a noção de independência probabilística entre dois eventos definidos em um mesmo espaço amostral. Nesse caso, é conveniente, antes da abordagem de independência, estudar-se o conceito de probabilidade condicional, e definir-se independência a partir da condicional. Há uma inversão que, apesar de não ser muito adequada, é muitas vezes encontrada: a de se “assumir”, a priori, que há independência entre os eventos e, então, aplicar a definição para cálculo da probabilidade. A independência tem que ser provada e não “intuída”.

O conteúdo de probabilidade e estatística busca facilitar um possível entendimento da realidade. Assim, é necessário que seu estudo permita ao aluno conhecer os pontos fortes da área e suas limitações e tenha claro que não há espaço para raciocínio determinístico nas decisões que, em última análise, afetam nossas vidas.

METODOLOGIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Ao lado da observação dos conteúdos matemáticos e do modo como são abordados, a avaliação de um livro didático ocupa-se, também, da análise da metodologia de ensino e aprendizagem nele adotada. Nessa análise, visa-se identificar de que forma as escolhas pedagógicas foram trabalhadas e se revelam, tanto na apresentação e de sistematização dos conteúdos, quanto no que concerne à participação do aluno que se busca promover e às competências básicas a serem desenvolvidas. Procura, ainda, verificar quais recursos didáticos utilizados e a natureza das atividades propostas.

A avaliação revelou certa uniformidade de escolhas nas obras didáticas. Embora possam ser identificadas particularidades em cada coleção específica, há um traço geral que as caracteriza: nos capítulos (ou nas unidades) há uma ou duas páginas de abertura que trazem, além do título, textos, imagens e questões, ou informações gerais, relacionadas com conteúdo a ser estudado. Os textos iniciais visam contextualizar os conteúdos e mobilizar o interesse dos alunos para refletir sobre o que vai ser estudado. Seguem-se as explicações teóricas, com apoio em exemplos ou exercícios resolvidos, que são completados por exercícios propostos.

Essa escolha metodológica, predominante nos livros didáticos para o ensino médio, nos últimos anos, tem sido acompanhada de limitações pedagógicas. Inicialmente, nota-se que as conexões entre os temas da abertura e os conteúdos

trabalhados ao longo de capítulos ou unidades nem sempre são adequadas, apesar de muitos desses temas serem instigantes.

Outra observação a ser feita é que, em geral, as sistematizações são apresentadas muito rapidamente, por meio de definições, seguidas de exemplos ou exercícios resolvidos, que são tratados como modelos a serem seguidos na resolução dos exercícios propostos. Essa opção metodológica é pouco estimulante e limita as possibilidades de o estudante acompanhar o texto com suas próprias reflexões e indagações. Além disso, tal escolha contribui pouco para um trabalho de sala de aula que favoreça a reflexão sobre os conteúdos e as discussões de possíveis soluções para as questões propostas, com atribuição de significados aos conhecimentos estudados.

As obras didáticas para o ensino médio incluem, comumente, um grande número de questões a serem estudadas pelos alunos. Nas obras aprovadas para o PNL 2015, verificou-se uma média de, aproximadamente, 2400 exercícios por coleção, muitos com vários subitens. O excesso de exercícios propostos pode afastar o interesse do aluno por esse componente curricular e exigir, do professor, uma cuidadosa escolha dos exercícios a serem trabalhados em cada tópico.

No mesmo sentido, a predominância de exercícios que visam ao treinamento repetitivo, com base na aplicação de exemplos apresentados no texto, pode, igualmente, dificultar o genuíno interesse pela Matemática. Assim, o aluno não exerce, devidamente, sua capacidade de decisão sobre quais conceitos podem ser mobilizados e quais estratégias de resolução disponíveis. Essa capacidade é essencial para a realização de atividades matemáticas com compreensão. São poucos os livros didáticos destinados ao ensino médio que exploram, de forma satisfatória, a utilização de diferentes estratégias na resolução de problemas e a verificação de processos e resultados pelos alunos. Igualmente, não são frequentes as atividades propostas que favorecem o desenvolvimento de capacidades básicas de inferir, conjecturar, argumentar e provar. E mais, as competências para organizar, analisar e sintetizar são insuficientemente demandadas em muitas obras didáticas.

Além disso, na maioria das obras didáticas, também não são exploradas questões nas quais haja falta ou excesso de dados e, também, aquelas com várias soluções, que são bons momentos para discussão e enriquecem a aprendizagem.

Quanto aos recursos didáticos, o uso de calculadora e de outros recursos tecnológicos ainda é um terreno insuficientemente explorado no ensino médio atual. Por exemplo, nas obras didáticas, é sempre presente o emprego da calculadora, porém visa-se mais à realização e conferência de cálculos em detrimento de outras possibilidades de trabalho didático com essa ferramenta tecnológica.

Entre os outros recursos tecnológicos, de forma geral, há boas sugestões de utilização de softwares livres. Há também, incentivo a leituras complementares às do livro didático. No entanto, na maioria das obras, raramente é destacado o uso de instrumentos de desenho na aprendizagem de conceitos geométricos.

CONTEXTUALIZAÇÃO

De modo geral, em todas as coleções aprovadas, os contextos são adequados, tanto em relação a práticas sociais quanto a outras áreas de conhecimento. Isso ocorre no desenvolvimento dos conteúdos e na proposição de exercícios. Em quase todas as coleções, existem bons textos que remetem às práticas sociais e à formação para a cidadania.

No caso de contextualizações ligadas à história da Matemática, há obras didáticas em que se encontram breves informações, com ênfase na identificação dos personagens envolvidos no desenvolvimento de um determinado tema e suas localizações no tempo histórico. No entanto, sabe-se que é possível atribuir significado a conteúdos matemáticos pela discussão tanto da evolução histórica dos conceitos e de suas inter-relações no âmbito da Matemática, quanto das motivações sociais, econômicas e científicas que levaram ao avanço da Matemática.

MANUAL DO PROFESSOR

De modo geral, os pressupostos teórico-metodológicos que norteiam a coleção são bem explicitados nos manuais das obras aprovadas. Além disso, trazem boas contribuições para a formação do professor por serem compatíveis com as tendências mais atualizadas da Educação Matemática.

Também é esperado que o Manual traga orientações didáticas importantes para auxiliar o trabalho do professor em sala de aula. Em pelo menos quatro das obras aprovadas, são apresentadas boas orientações tanto no que diz respeito à avaliação da aprendizagem e ao desenvolvimento das atividades, quanto ao uso do livro e de outros recursos didáticos. Além disso, são apresentadas boas reflexões sobre o papel da avaliação e sobre alguns dos aspectos a serem observados nesse processo, além dos diferentes instrumentos que podem ser utilizados. Há obras que incluem, acertadamente, sugestões de atividades extras para os alunos, como problemas, jogos, leitura de textos, pesquisas, entre outras, bem como sugestões de leituras diversificadas e úteis para a formação continuada do professor.

Todas as obras aprovadas apresentam respostas para a totalidade dos exercícios e resolução para boa parte deles.

O LIVRO DIDÁTICO DIGITAL

No PNLD 2015, o processo de avaliação de livros didáticos para o ensino médio ampliou-se com a inclusão para análise de conteúdos multimídia, no formato de livros digitais e de Objetos Digitais Educacionais (OEDs) a eles integrados.

Assim como já acontece com os livros impressos, o Edital que orientou as inscrições dessas obras não determinou um modelo a ser seguido. Mas estabeleceu critérios e premissas específicos que - somados aos critérios de aprovação ou de exclusão de livros impressos, já consagrados pelo PNLD, - deveriam necessariamente ser observados na análise desses materiais.

Assim, a avaliação dos materiais digitais foi feita à luz de pressupostos básicos, como as necessárias conexões entre os conceitos e atividades desenvolvidos nos livros impressos e conteúdos focalizados nos livros digitais (composto de in-

terface com a cópia digital do livro impresso e recursos, como os OEDs), além do caráter suplementar desses últimos; ou seja, as obras digitais têm, entre seus objetivos principais, o de enriquecer significativamente o ensino e a aprendizagem dos conteúdos matemáticos, com base em contextualizações pertinentes desenvolvidas em cenários adequados à etapa de escolaridade visada por tais obras.

Ao lado destes aspectos, vale ressaltar outros três, mais especificamente relacionados à estrutura e funcionalidade dos materiais digitais, levando-se em conta o que se entende hoje como um material didático digital necessário frente aos desafios postos pelas novas tecnologias da informação e comunicação (TIC). Eles dizem respeito, fundamentalmente, aos recursos de **navegação**, de **interação** e de **acessibilidade**, imprescindíveis nestas obras.

Em relação à navegação, trata-se de torná-la flexível, dotando-a de diversos recursos de acesso aos conteúdos que, somados à navegação página a página, possibilitem a construção de diferentes sequências de estudo por parte dos alunos. Entre tais recursos, destacam-se: menus de navegação rápida, com acesso: aos itens dos sumários dos capítulos, páginas do livro do aluno, OED, conteúdos dos capítulos e páginas do manual do professor. Além disso, os livros digitais incluem ferramentas de busca por palavras-chave e visualização de páginas consecutivas. Seria interessante que também permitissem aos usuários parar a leitura de uma página, voltar à anterior ou poder retornar à última página consultada.

Um livro digital com flexibilidade de navegação deve, igualmente, permitir ao professor a elaboração de um percurso de ensino que melhor atenda às suas escolhas e às necessidades de aprendizagem. Ao mesmo tempo, as obras digitais só terão sentido se puderem ampliar as opções de estudo, oferecendo possibilidades de transitar entre múltiplos suportes de conteúdos, de inter-relacionar propostas de estudo e atividades e de utilizar as propostas disponíveis, que bem exploram as modernas tecnologias.

No que diz respeito ao aprimoramento das **interações**, é oportuna a adoção e o planejamento de uso com fim educativo de softwares específicos, como os de geometria dinâmica, plotagem de gráficos e inserção de dados estatísticos, além daquelas ferramentas que permitem aos usuários personalizar seu próprio material no interior da interface, com: a inserção de notas escritas, de marcação de texto e de páginas favoritas e, também, de inclusão de links de acesso a Internet. Tais recursos serão ainda mais eficientes se houver meios de se manter a memória das escolhas e registros de estudos e de atividades, para que possam ser acessadas sempre que necessário.

No contexto do ensino e aprendizagem da Matemática, a interface de um livro digital deve incluir ferramentas que possibilitem ao usuário fazer anotações com o uso de diversas linguagens, como as algébricas, simbólicas e gráficas. Além disso, é recomendável que instrumentos de suporte como calculadoras, traçadores de gráficos e teclados algébricos, além de recursos de geometria dinâmica, estejam presentes na própria interface, para uso em diversos momentos pelo professor. Outro aspecto a ser considerado diz respeito aos *feedbacks* oferecidos nos OEDs, em resposta às ações dos usuários. Retornos mais completos e qualificados que os

simples registros de certo ou errado podem, entre outros ganhos ao processo de ensino e aprendizagem, favorecer um tratamento mais adequado do erro.

Finalmente, um desafio tecnológico que persiste e precisa ser respondido com urgência pelas obras digitais diz respeito ao aprimoramento dos recursos de **acessibilidade** dos conteúdos, considerando-se a flexibilidade de acesso aos conteúdos dos livros e OED em diferentes plataformas e, notadamente, a existência de recursos que facilitam o acesso a pessoas com necessidades especiais (tal como legenda quando houver áudio), passando pela adequação no uso das cores (contraste), no tamanho de fontes, na altura de som e na escolha das imagens, além de outros recursos.

Os avanços da tecnologia digital vêm beneficiando muito positivamente a exploração de conteúdos matemáticos. Entre os diferentes aplicativos desenvolvidos com esse propósito, a maioria deles tem amplas possibilidades de diálogo com os livros digitais e OEDs para o ensino médio, como é o caso de vídeos e hiperdocumentos, entre outros.

Com a geometria dinâmica, por exemplo, figuras geométricas construídas em papel podem ser elaboradas com o auxílio dos recursos da computação. Esses permitem que uma mesma figura geométrica seja alterada dinamicamente e, com o uso das propriedades geométricas, obtidos diferentes exemplos do objeto. Propriedades das figuras, teoremas e outros aspectos da geometria podem, igualmente, ser explorados.

Do mesmo modo, diversas representações do espaço podem ser obtidas por meio da tecnologia digital. As técnicas utilizadas na produção de audiovisuais também oferecem múltiplas possibilidades à aprendizagem matemática. A computação gráfica permite unir textos e imagens reais a modelos matemáticos da realidade, para estudo dos fenômenos.

Por sua vez, aplicativos estatísticos possibilitam que o usuário trabalhe a um só tempo com muitos dados e tenha elementos para uma exploração mais conceitual de fenômenos estatísticos. Além disso, a aplicação de alguns softwares permite alterar gráficos com facilidade, a fim de discutir o potencial de cada representação. No campo das funções, é possível articular diferentes representações, inclusive com simulação de fenômenos.

Embora muitos desses aplicativos sejam oferecidos gratuitamente na internet, a integração desses recursos aos livros digitais ainda é um grande desafio, que começa a ser enfrentado no PNLD 2015.

BIBLIOGRAFIA

BRASIL (2004). **Catálogo do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio – PNLEM/2005 – Matemática**, Brasília: SEMTEC/FNDE.

BRASIL (2011). **Guia de livros didáticos: PNLD 2012 – Matemática**, Brasília: MEC/SEB.

BRASIL (2013). **Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica**, Brasília: MEC/SEB/DICEI.

Ministério da
Educação