Geometria

3ª atividade

Relacionando formas

Número de aulas previstas:
1 hora/aula

Local:
Laboratório de informática

Objetivo geral:
Perceber e classificar as formas espaciais nas construções arquitetônicas.

Objetivos específicos
Expressar com nomenclatura própria cada tipo de figura espacial encontrada numa cidade.

Competências e habilidades que se pretende desenvolver:
Perceber e classificar as formas espaciais nas construções arquitetônicas;
Comunicar suas idéias espontâneas e matemáticas;
Participar de atividades em grupo.

Conceitos envolvidos:
Características das figuras espaciais.

Pré-requisito:
Classificar poliedros;
Identificar propriedades, elementos e suas características quanto à regularidade.

Descrição das telas:

1ª. tela
Serão apresentadas oito fotos de cidades;
Na parte inferior da tela , como caixas, estarão algumas classificações dos poliedros.
Os alunos embaralham as fotos e interrompem num momento qualquer.

Observando as fotos das cidades, tentarão reconhecer o maior número de poliedros diferentes, presentes nas arquiteturas.
Arrastam as características ou propriedades para local apropriado próximo a cada foto.
Clicam em OK.

2ª. tela:
As fotos se embaralham novamente, mas as propriedades e características se manterão na posição em que foram colocadas, e os alunos que participaram da atividade, trocam de computador com colegas de outro grupo para tentar, pela nomenclatura, encontrar as fotos selecionadas pelos primeiros colegas.

Aula:

Os alunos serão levados ao laboratório para serem avaliados sobre a sua capacidade de percepção e classificação das figuras espaciais. Lembre-se de que avaliar não significa a obtenção de uma nota ou conceito, mas sim que o professor e alunos analisem e percebam em que ponto de está e quais conceitos precisam ser reforçados ou estudados mais profundamente.

Procure estimular a discussão.

Passo a passo:
Divida os alunos em duplas;
Peça para que cada dupla inicie a atividade;
Depois de reconhecer e classificar os tipos de figuras espaciais encontradas, ajude as duplas a trocarem de lugar;
Peça para que as novas duplas localizem as cidades de acordo com as *características* destacadas pela primeira dupla;

Exemplo:
- Quanto à classificação: prisma, pirâmide ou cilindro, etc;
- Quanto às características: faces paralelas, congruentes, um único vértice, etc;
- Quanto aos elementos: triângulos semelhantes, não têm arestas, base hexagonal,etc.

Em seguida, os alunos deverão confirmar se acertaram;
Estimule a discussão entre as duplas. Ou seja, quanto mais detalhadas forem apresentadas as formas espaciais das cidades, mais possibilidade de acerto terá a segunda dupla;
Para ajudá-lo na avaliação do comportamento e do aprendizado, observe o trabalho das duplas e procure registrar:
- Os alunos que estão mais participativos;
- Os alunos que possuem mais argumentos;
- As duplas que apresentaram mais ou menos detalhes da cidade;

As *classificações incorretas* , procurando observar as justificativas dos alunos;

Use o erro como elemento importante da construção do conhecimento. Assim, procure analisar o raciocínio incorreto do aluno. Esse raciocínio está cheio de significados e de sinais de conceituações incorretas. Use o erro com valor positivo para sua avaliação do ponto em que deve prosseguir com seus alunos.

Peça que os alunos apresentem um relatório das respostas dos colegas, inclusive com os erros que foram cometidos.

Geometria

4ª atividade

Planificação e Relação de Euler

Número de aulas previstas :
2 hora/aula:

Local :
Sala de Aula

Objetivo geral:
Desenvolver a visão espacial;
Relacionar as figuras planas na construção das figuras espaciais e vice-versa.

Objetivos específicos:
Visualizar os poliedros por meio da sua planificação;
Elaborar figuras espaciais a partir da sua planificação;
Deduzir as relações entre o número de faces, arestas e vértices (relação de Euler);
Reconhecer os poliedros de Euler e Platão;
Explorar a visão de poliedros a partir de sua sombra.

Competências e habilidades que se pretende desenvolver:
Desenvolver a constância de percepção nas figuras espaciais;
Deduzir relações presentes nos poliedros;
Relacionar as formas dimensionais e tridimensionais;
Desenvolver as noções espaciais, incluindo a percepção e sua visão;
Comunicar suas idéias espontâneas e matemáticas;
Participar de atividades em grupo.

Conceitos envolvidos:
Figuras espaciais.

Pré-requisitos: Classificar poliedros. Identificar propriedades, elementos e suas características quanto à regularidade e nomenclatura própria.

Aula:

Depois de trabalhar com os alunos, a percepção das características dos poliedros, principalmente na sua percepção nas construções de uma cidade, propomos que você desenvolva com os seus alunos a visão espacial.
Passo a passo
Organize os seus alunos em grupos de até cinco componentes;
Distribua a cada grupo envelopes lacrados e durex, contendo *figuras soltas,* que deverão ser usadas na construção de poliedros.
Sugerimos que você distribua alguns poliedros platônicos, prismas e pirâmides. Para isso use o programa *Poly* (http://www.mat.ufrgs.br/~edumatec/software/sotware/softw.htm). Escolha o poliedro sugerido, planifique o poliedro e imprima.

Entre no site;
Escolha a opção “Geometria”;
Localize o “Poly” e clique;
Clique em “download”. O arquivo é *free* (gratuito).
Ao abrir a janela, escolha “Salvar este programa em arquivo” e localizar o local;
Clique em Salvar*;*
Após terminar, clique em abrir;
O programa está instalado.

Como imprimir poliedros planificados:
Escolha o poliedro;
Escolha a opção planificada;
Para imprimir, clique em *file*, *print*;
Será impresso um poliedro em cada folha.

Determine um tempo para que os alunos tentem montar os poliedros;
Solicite que os grupos compartilhem as suas soluções;
Escolha um poliedro de cada grupo e peça para que os demais tentem desenhá-lo no caderno, verificando como ele seria planificado;
Discuta com os alunos as soluções;
Entregue um novo pacote para os alunos com planificações incompletas. Ou seja, escolha alguns poliedros platônicos, primas ou antiprismas e retire uma das suas faces. Peça que os grupos descubram as faces que faltam e justifiquem o porquê da falta das partes;
Sugestão: Professor, você pode levar os alunos ao laboratório e, com o Poly instalado, peça que planifiquem alguns poliedros, imprimam e retirem uma ou duas faces. Assim, solicite que outro grupo tente *descobrir* o poliedro e o que está faltando;
Pode acontecer de, após retirar uma das faces, algum grupo propor outro poliedro diferente do inicial. Assim, discuta com os alunos e peça a opinião justificada de todos eles. Tente chegar a um consenso. Se não for possível chegar ao consenso, monte o poliedro com a parte proposta e verifique se foi possível fechá-lo.

Em outra aula, usando o Poly ou os poliedros utilizados na aula anterior, peça que os alunos contem o número de faces, arestas e vértices e preencham a tabela a seguir;

Número de faces	**Número de arestas**	Número de vértices

Discuta com os alunos e peça que tentem verificar a relação que existe entre esses elementos;
Escreva na lousa a relação existente entre os elementos (V + F -A = 2);
Peça que verifiquem quais poliedros do Poly são de Euler (poliedros eulerianos);
Existem outras classificações que você pode desenvolver com seus alunos:
Poliedro de Platão
Poliedro Arquimediano
Para saber mais sobre outros tipos de poliedros, clique em: *http://www.mat.uel.br/geometrica/13tarq.htm*

Poliedros de Platão

Peça que os alunos observem o Poly na seção "Poliedros de Platão" e analisem quais são suas características;
Lembre que um poliedro é chamado platônico se, e somente se, todas as suas faces têm o mesmo número (n) de arestas; se todos os ângulos poliédricos têm o mesmo número (m) de arestas e se vale a relação de Euler;
Existem apenas cinco poliedros platônicos. Se desejar, veja a *demonstração* que você poderá trabalhar com os seus alunos.

Você sabia que existem apenas cinco poliedros de Platão?
Veja a demonstração que você pode desenvolver com os seus alunos mais avançados.

Cada face possui n arestas , e como cada aresta está em duas faces:

(I)

Cada ângulo poliédrico (*ângulo sólido formado por toda as faces que aí convergem*) possui arestas , e como cada aresta "A" contém dois vértices:

(II)

Assim, da relação de Euler obtemos:

ou

(III)

dividindo ambos os membros por 2A vem:

Mas, não podemos esquecer que

Se n=3:

Logo r < 6. Conclui-se que r só pode tomar os valores 3, 4 e 5.
Se:

Logo n<6. Daqui, concluímos que então n só pode tomar os valores 3, 4 e 5.

Podemos obter o número de vértices e faces dos poliedros correspondentes substituindo os valores encontrados para r, n e A em (I) e (II).

Procedendo como indicado, temos em resumo:

r	n	A	V	F	nome
3	3	6	4	4	Tetraedro
3	4	12	8	6	Hexaedro
4	3	12	6	8	Octaedro
3	5	30	20	12	Dodecaedro
5	3	30	12	20	Icosaedro

Fica demonstrado que só existem 5 poliedros platônicos.

Poliedro Arquimediano:

Estudados em primeiro lugar por Arquimedes (séc. III a.C.),.o tratado em que a sua teoria foi exposta encontra-se perdido tal como grande parte das obras dos matemáticos gregos. Dois mil anos mais tarde, Johannes Kepler investigou de maneira exaustiva algumas famílias de poliedros e demonstrou a existência de treze sólidos de Arquimedes.

Existem ligações íntimas entre a família dos sólidos platônicos e a família dos arquimedianos. Por exemplo, efetuando cortes cada vez mais profundos nos vértices de um cubo, podemos obter alguns sólidos arquimedianos. Nos poliedros arquimedianos, as faces desses sólidos são polígonos regulares, não tendo que ser, como no caso dos platónicos, todos iguais. O que se exige é que os vértices sejam todos do mesmo tipo.

Em rigor, de acordo com essa definição, poderiam ser considerados arquimedianos os infinitos prismas que existem. Por isso, para obter apenas os treze que Arquimedes estudou, é necessário acrescentar mais uma condição restritiva: **todos os sólidos arquimedianos podem ser colocados dentro de um tetraedro regular, de modo que quatro das faces fiquem sobre as faces do tetraedro**. É possível demonstrar que existem apenas treze sólidos nas condições requeridas.

A idéia, tal como para demonstrar que só há 5 sólidos platônicos, é procurar os vértices possíveis. Por exemplo, pode existir um vértice onde se encontrem quatro faces, duas das quais são triângulos equiláteros e outras duas, quadrados.

A soma dos ângulos internos dos quatro polígonos é 360^o, pelo que é possível formarem um vértice. O sólido arquimediano que se obtém, com vértices deste tipo, é precisamente o nosso conhecido cuboctaedro. Trata-se então de encontrar todos os tipos de vértices possíveis e depois verificar que se pode realmente construir sólidos com quaisquer desses tipos de vértices. Chega-se, assim, à conclusão de que existem realmente treze sólidos arquimedianos.

Para saber mais:

http://www.esgb-antero-quental.rcts.pt/NMAT/sol_arq.htm

Existem outras atividades em que você poderá trabalhar usando o Poly. *Veja a sugestão*.

Proponha para os seus alunos a seguinte situação-problema:

Um poliedro regular estava disposto em ar livre, e um observador enxergou a sua sombra no chão em forma de um hexágono regular. Qual era o poliedro e que horas eram?

Deixe os alunos livres para mexerem no Poly.

Para resolver a situação-problema, os alunos poderão utilizar no Poly a função em que aparecem apenas os vértices.

Resposta: A sombra é um cubo e é meio-dia, ou seja, o sol está a pino.