Fernando Luís Ferreira Santos

A Matemática e o Jogo

Influência no rendimento escolar

Faculdade de Ciências e Tecnologia da
Universidade Nova de Lisboa

Lisboa
2008

Universidade Nova de Lisboa
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Departamento de Ciências Sociais Aplicadas (DCSA)
Secção de Ciências e Tecnologias da Educação e da formação (SCTEF)

Fernando Luís Ferreira Santos

A Matemática e o Jogo

Influência no rendimento escolar

Dissertação apresentada na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa para obtenção do grau de Mestre em Ciências da Educação Especialidade em Educação e Desenvolvimento sob orientação do Professor Doutor José Manuel Matos.

Lisboa
2008

Dedicatória

Este trabalho é dedicado à memória de Eduardo Jorge Beirão Santos, meu pai, pela sua capacidade de questionar e pela vontade demonstrada em me tornar melhor pessoa e um melhor professor.

Dedico também este trabalho à minha filha, que espero que venha a beneficiar do meu trabalho e de outros que como eu pretendem melhorar a educação.

Agradecimentos

Existem poucas possibilidades de realizar uma investigação científica sem valorizar as emoções vivenciadas ao longo do processo. Estas emoções são inerentes ao trabalho que se tem de fazer para apresentar um trabalho que tenha aprovação dos outros.

Raramente aconteceu que os bloqueios experimentados durante a realização do trabalho não fossem pessoalmente atribuídos. Felizmente que, após longo tempo de maturação se chegou à conclusão que esses bloqueios fazem parte do próprio processo de investigação e do próprio conhecimento.

É claro que neste processo não existiu somente o trabalho individual. Torna-se assim importante frisar que os outros estarão sempre presentes, especialmente quem orienta. Aos outros fica então um agradecimento muito especial e mesmo um sentimento de dívida face às pessoas que nos momentos chave ensinaram, apoiaram, recomendaram, incentivaram e criticaram. Assim destacam-se, de entre as pessoas significativas, os seguintes amigos e colegas:

Ao Professor Doutor José Manuel Matos pela sua solidariedade, paciência e pela atenção e sensibilidade bem como pelo rigor e pela oportunidade das críticas e sugestões. Foi ele que mostrou ter compreendido a lentidão do processo de produção deste trabalho.

À Helena Ribeiro de Castro e Ana Maria Medeiros, pela enorme competência e afecto com que ajudaram ao nascimento deste trabalho. Elas tornaram-se referências podendo afirmar, com orgulho, que foram professoras não só de título, mas verdadeiras professoras, nas quais sempre se pode ver, com clareza uma ou outra marca da sua influência.

A todos os meus alunos e ex-alunos agradeço igualmente a prontidão e competência com que ajudaram à realização deste trabalho, bem como por terem sido uma fonte indispensável de aprendizagem.

A todos os professores e alunos que participaram no estudo, simplesmente pelo facto de terem dele feito parte e por terem aberto as portas da aula.

Aos colegas da Escola Superior de Educação Jean Piaget de Almada, não mencionados especificamente, reconhecendo as suas atitudes e curiosidade pela evolução deste trabalho.

Ao Gonçalo pelo tempo por ele considerado perdido em alturas onde eu "só escrevia... só escrevia".

À Sandra o eterno reconhecimento pelo olhar clínico e pela paciência que teve durante todo este processo.

Por fim, mas nunca em último lugar, à Raquel, por tudo...

Resumo

Alunos do 1º CEB participaram num estudo para determinar a eficácia de práticas pedagógicas baseadas numa abordagem com jogos didácticos.

Estes alunos foram separados em dois grupos. Uma parte dos alunos submeteu-se a actividades com jogos didácticos. Este tornou-se o grupo de estudo.

Quando se iniciou o estudo, os alunos foram submetidos a um teste de Matemática baseado no programa oficial. Este teste serviu como pré-teste. Todos os alunos prosseguiram com as aulas, mas o grupo de estudo recebeu adicionalmente actividades com jogos didácticos como tratamento experimental por um período de 5 semanas. No final desse período, todos os alunos foram submetidos a outro teste de Matemática, desta vez servido de pós-teste.

A análise dos grupos demonstrou um aumento estatisticamente significativo, acima dos 13%, nas classificações do grupo de estudo sobre o grupo de controlo.

Palavras-chave: Jogo didáctico, matemática lúdica, estratégias de ensino, resolução de problemas.

Abstract

Primary school students participated in a study to determine the effectiveness of the pedagogical practices based on didactic games.

These students were separated into two groups. A portion of the student attended didactic games based activities. This became the study group.

When the study began, the students were each given a standards-based math test. This served as a pre-test. All of the students proceeded with the course of study in school, but the study group additionally received didactic games based activities as an experimental treatment program for an period of 5 weeks. At the end of this period, all of the students were again assessed using the other standards-based math test, this time serving as a post-test.

Analysis of the groups showed a statistically significant improvement, over 13%, in the study group's math test scores over the control group.

Key words: Didactic game, ludic mathematic, teaching strategies, solving problems.

Notações e siglas utilizadas

Ao longo desta dissertação adoptou-se como norma de notação a escrita em itálico de expressões e palavras noutra língua que não o Português, que não se traduziram por serem utilizadas na linguagem corrente, tal como as obras referenciadas.

A terminologia utilizada para descrever os participantes no estudo foi a seguinte:

Turma de estudo - Alunos de uma turma utilizada para o *grupo de estudo*.

Turma de controlo - Alunos de uma turma utilizados para o *grupo de controlo*.

Grupo de estudo - Alunos emparelhados para a realização do estudo.

Grupo de controlo - Alunos emparelhados para a realização do estudo.

Utilizou-se também siglas que se descrevem na lista seguinte, juntamente com o seu significado.

1º CEB	Primeiro Ciclo do Ensino Básico
APA	*American Psychiatric Association*
APM	Associação de Professores de Matemática
CIMT	*Centre for Innovation in Mathematics Teaching*
DEB	Departamento da Educação Básica
GA	*Gamblers Anonymous*
GAVE	Gabinete de Avaliação Educacional
JAP	Jogadores Anónimos de Portugal
LBSE	Lei de Bases do Sistema Educativo (Lei nº 46/86, de 14 de Outubro)
ME	Ministério da Educação
MS	Ministério da Saúde
MMM	Movimento da Matemática Moderna
NCTM	*National Council of Teachers of Mathematics*
OCDE	Organização de Cooperação e Desenvolvimento Económico
OMS	Organização Mundial de Saúde
ONU	Organização das Nações Unidas
PISA	*Programme for International Students Assessment*
SPM	Sociedade Portuguesa de Matemática
SPSS	*Statistical Package for the Social Sciences*
ZDP	Zona de Desenvolvimento Proximal

Conteúdo

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Capítulo 1

Introdução e problemática do estudo

> Não há homens mais inteligentes do que aqueles que são capazes de inventar jogos. É aí que o seu espírito se manifesta mais livremente. Seria desejável que existisse um curso inteiro de jogos tratados matematicamente. (Leibniz, 1715)

Pretende-se com este capítulo referir as principais questões da investigação bem como os objectivos do estudo, contextualizando o trabalho com uma descrição sucinta da pertinência do tema. Deste modo são tidas em conta as concepções do jogo bem como as áreas onde se torna necessário mais trabalho de investigação. Por fim efectua-se uma breve descrição da organização do estudo.

A presente investigação partiu da seguinte questão:

> Como pode ser o jogo utilizado enquanto estratégia didáctica capaz de facilitar a aquisição e compreensão de conceitos e competências matemáticas?

Da questão surge a necessidade de analisar a noção de algum senso comum na qual que o jogo é a antítese do trabalho, considerando a actividade lúdica como um mero passatempo sem nenhum interesse para o ensino. A pressão existente sobre metodologias de ensino e de aprendizagem alternativas ao ensino considerado tradicional pelos vários actores da comunidade educativa, nomeadamente pais, colegas e direcções sugere que qualquer proposta que se desvie do padrão aceite tende a necessitar de suporte teórico sustentado e investigação comprovada.

Acredito que o papel dos jogos é importante para a compreensão inicial de um novo conceito, e que se pode introduzir ideias complexas e abordagens diversificadas a problemas se os tópicos forem apresentados de forma correcta.

O termo *jogo* é utilizado ao longo da dissertação com um duplo sentido; na revisão bibliográfica dos capítulos 2, 3 e 4, discutiu-se diferentes acepções que o termo *jogo* toma para diversos autores que o abordam, na investigação, desenho, concepção e desenvolvimento utilizou-se o termo *jogo* no sentido mais restrito de jogo didáctico acompanhado de estratégias e actividades didácticas visando sobretudo o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Assiste-se agora a uma multiplicação e a uma diversidade de projectos (não necessariamente estudos) relativos à utilização de jogos, se bem que muito poucos se centrem na sua aplicação enquanto metodologia de ensino e de aprendizagem.

Através desta variedade de estudos e opiniões efectuadas o acento é colocado mais no aspecto processual, desenvolvido em parte pelos textos de Gardner (principalmente na sua coluna escrita entre 1956 e 1981 na *Scientific American*) e de Conway (dando como exemplo o seu trabalho na construção do *jogo da vida*), que partindo do jogo desenvolvem os algoritmos necessários para a sua resolução, do que propriamente nos aspectos de desenvolvimento e de aprendizagem de conceitos matemáticos através do jogo. Esta diversidade de estudos e opiniões traduz um abandono progressivo de uma perspectiva na qual o raciocínio lógico-matemático é apreendido como uma capacidade global relevante do estádio das operações formais de Piaget.

Este estudo visa três objectivos:

- Desenvolver metodologias de ensino que permitam a utilização de jogos na aula de matemática do 1º Ciclo do Ensino Básico (1ºCEB).
- Verificar os conhecimentos adquiridos por alunos de 1º CEB recorrendo a estratégias com a utilização do jogo.
- Identificar as principais competências matemáticas favorecidas pelo ensino e aprendizagem com recurso a jogos.

Dentro do terceiro objectivo, pretende-se ainda verificar a existência de diferenças entre sexos nos conhecimentos adquiridos.

Nos últimos tempos desenvolveram-se em Portugal, alguns projectos que procuram melhorar e inovar o sistema educativo, nomeadamente no ensino da Matemática existem agora em vigor programas de actualização e aperfeiçoamento para Professores do Primeiro e Segundos Ciclos do Ensino Básico bem como os Campeonatos Nacionais de Jogos Matemáticos promovidos em conjunto pela Associação de Professores de Matemática (APM), Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM) e a Associação *Ludus* que trouxeram novas perspectivas neste domínio.

Estes projectos surgem numa altura de mudança curricular no ensino básico muito devido aos resultados pouco animadores em estudos internacionais como o PISA lançado pela Organização para o Desenvolvimento e Cooperação Económico (OCDE) em 1997, bem como os resultados nacionais das provas de aferição do ensino básico que são efectuadas pelo Gabinete de Avaliação Educacional (GAVE) do Ministério da Educação (ME) desde 2000. Esta mudança incide não só na estrutura dos ciclos de ensino básico e secundário mas chega mesmo à própria formação de professores.

Sendo o direito de brincar, um direito consagrado na Convenção sobre os Direitos da Criança adoptada pela Assembleia Geral das Nações Unidas em 20 de Novembro de 1989 e ratificada por Portugal em 21 de Setembro de 1990 (UNICEF, 2004), a actividade lúdica passa a ganhar uma dimensão que até então não tinha, passando a ser considerada valiosa ao serviço da educação.

> A criança sempre brincou. Independentemente de épocas ou de estruturas de civilização, é uma característica universal; assim sendo, se a criança brincando aprende, por que então não ensinarmos a criança da forma que ela aprende melhor, de uma forma prazerosa para ela e, portanto eficiente? (Lopes, 1996, p. 21)

Esta questão levantada por Lopes (1996) baseada na investigação de actividades com jogos utilizadas em clínica psicopedagógica e encerra a noção da eficiência e do desenvolvimento da criança tornando-a activa no processo de ensino e de aprendizagem.

Os objectivos e as questões levantadas valorizam a construção de conhecimento lógico-matemático pela própria criança procurando criar condições motivadoras e estimulantes que favorecessem a aprendizagem de conceitos e a aquisição de competências matemáticas. Baseado nesta perspectiva, o jogo assume um papel relevante nesta investigação.

1.1 O currículo de Matemática no 1º Ciclo do Ensino Básico

Alguma convicção existente no senso comum advoga que no 1º Ciclo do Ensino Básico (1º CEB) a criança deve aprender matemática baseada em competências de baixo nível, tais como a memorização e a aprendizagem dos métodos de cálculo pela repetição.

> O peso das concepções que durante demasiado tempo ocuparam o conhecimento colectivo, as orientações que estiveram na base da formação de muitos dos professores, ainda hoje em exercício, e as culturas de escola, que mudam a ritmos mais lentos que as opções individuais, contribuem para que permaneçam práticas e metodologias que de forma alguma correspondem às opções actuais (Amaral, 2003, p. 5).

O currículo de Matemática para o 1º CEB actualmente está enquadrado no *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências essenciais* editado pelo Ministério da Educação (ME), onde a Matemática é definida claramente como um património da humanidade e descreve o que é *ser matematicamente competente* como "Ser matematicamente competente envolve hoje, de forma integrada, um conjunto de atitudes, de capacidades e de conhecimentos relativos à matemática"(ME-DEB, 2001, p. 57).

O currículo está separado em quatro blocos onde são enumeradas as competências gerais de cada um e as competências específicas de cada um dos ciclos de estudo: *Números e cálculo*; *Geometria*; *Estatística e Probabilidades* (a iniciar no 2º Ciclo do Ensino Básico); *Álgebra e Funções* (a iniciar no 3º Ciclo do Ensino Básico).

O programa do 1º CEB, por sua vez advoga como objectivo principal que *as crianças aprendam a gostar de matemática*, dividido em três grandes blocos: *Números e Operações*; *Grandezas e Medidas* e *Espaço e Forma*.

1.2 Organização e estrutura do estudo

O capítulo seguinte centra-se na origem do termo jogo e na definição do conceito, bem como na sua caracterização e classificação. Como suporte teórico baseou-se nos trabalhos de vários autores, salientando-se Huizinga e Caillois. O terceiro capítulo tem como base a relação entre o jogo e o ensino analisando os quadros de referência em relação à sua utilização na escola e em particular na aula de matemática. Faz-se referência às limitações e às reservas sobre a utilização do jogo nas aulas, bem como o seu caso limite: a ludopatia ou o vício do jogo. O quarto capítulo refere a noção do jogo para Piaget, Vygotsky e Dienes e enuncia as suas categorizações ligadas aos estádios de desenvolvimento, à *Zona de Desenvolvimento Proximal* (ZDP) e aos trabalhos com jogos efectuados por Dienes. No capítulo quinto caracteriza-se o estudo e as variáveis utilizadas na análise empírica bem como a construção e validação dos instrumentos de reconha de dados, sublinhando-se os limites metodológicos. Neste sentido, o sexto capítulo enuncia toda a metodologia didáctica da investigação, nomeadamente a concepção, adaptação, construção e implementação dos jogos didácticos como forma de responder ao primeiro objectivo do estudo e no capítulo sete elabora-se a análise dos dados recolhidos com base num estudo quantitativo discutindo os segundo e terceiro objectivos. Por fim, desenvolvem-se, nas conclusões, algumas ideias para trabalho futuro, no seguimento da tese apresentada nesta dissertação.

Capítulo 2

O conceito de jogo

> O jogo é mais do que um fenómeno fisiológico ou um reflexo psicológico. Ultrapassa os limites da actividade puramente física ou biológica. É uma função significante, isto é encerra um determinado sentido. (Huizinga, 1980, pp. 3-4)

Este capítulo sintetiza os trabalhos de vários autores, dos quais se destacam Huizinga e Caillois que marcaram, pela sua riqueza e importância, um avanço no estudo do jogo. Inicia-se com uma discussão sobre o vocábulo jogo e a sua interpretação, passando pela sua definição e concepção, numa tentativa de o caracterizar e definir a sua tipologia. Finalmente são abordadas as características e dimensões do jogo.

2.1 O vocábulo jogo e sua interpretação

A ausência de uma palavra indo-europeia comum para jogo é um indicador de um aparecimento tardio de um conceito geral de jogo. O vocábulo *jogo* é etimologicamente originário do latim *iocu*, que significa brincadeira, está intimamente ligado ao conceito de *ludus*, que engloba todo o terreno do jogo, e é derivado de *ludere*. Todos estes termos contêm um significado não sério, sendo muitas vezes confundidos com *jocus*, *jocari* que significam jocoso, dizer piadas (Huizinga, 1980).

Ludus, enquanto termo equivalente ao jogo em geral não deixa de aparecer nas línguas românicas, mas, desde muito cedo foi substituído por *jocus*, ampliado o seu significado para o jogo em geral. Caso do francês *jeu*, *jouer*, do italiano *gioco*, *giocare*, do espanhol *juego*, *jugar* e do português *jogo*, *jogar*.

Na língua francesa *jouet* significa brinquedo um objecto, enquanto que *jeu* nomeia o jogo entre outros significados, as acções de jogar e brincar são definidas pelo verbo *jouer*. Na língua inglesa, o termo *toy* designa o brinquedo, *game* designa o jogo de regras e *play* a actividade de brincar. Em ambas as línguas os verbos *jouer* e *to play* não designam exclusivamente o acto de brincar, são utilizados para indicar outro tipo de actividades como o acto de tocar um instrumento musical.

Na língua portuguesa, a existência do verbo *brincar* não possui correspondente com as demais línguas, este termo destina-se, de um modo restrito, a um tipo de actividade específica da criança. Existem dúvidas sobre a origem do vocábulo *brincar* não existindo nenhum concenso entre os linguístas sobre o porquê desta exclusividade da língua portuguesa.

2.2 Definição e concepção de jogo

Piaget (1972, 1990) e Chateau (1975), não definem explicitamente o seu conceito de jogo, incluindo na suas obras apenas a sua utilização, deixando a definição para a antropologia. Para Chateau o jogo é uma actividade dinâmica e de prazer desencadeada por um movimento próprio, desafiando e motivando o jogador para a acção, permitindo por vezes, uma ponte para o conhecimento. A noção de jogo é interior, está no jogador (Chateau, 1975).

A brincadeira da criança é considerada uma função normal e fundamental. Quando um adulto brinca parece reencontrar a sua infância e o prazer que daí resulta assemelha-se a uma pausa nas suas obrigações diárias, noção esta que se assemelha à concepção de jogo existente durante a idade média, na qual o jogo era a antítese do trabalho e que devia ser erradicada nos adultos (Ferran, Marriet e Porcher, 1979).

Nachmanovitch (1993) diferencia o acto de brincar do acto de jogar. Enquanto que brincar diz respeito ao espírito livre da mera exploração pelo prazer de jogar, o acto de jogar pode extrapolar o conceito e no limite conduzir a situações viciantes. O jogo é sempre uma questão de contexto, não dependendo do modo do que se faz, mas sim de como se faz.

Huizinga (1980) define o jogo como uma actividade livre, conscientemente considerada como não séria e separada da vida quotidiana, simultaneamente capaz de absorver o indivíduo de um modo intenso e total. Desligada de qualquer interesse material, efectuada dentro de determinados limites de tempo e de espaço, segundo uma ordem e com regras indiscutíveis. As grandes aquisições culturais são baseadas no espírito competitivo. O ser humano esforça-se e compete para o primeiro lugar e, simultaneamente esforça-se para melhorar as suas aptidões e competências, atingindo assim níveis mais elevados de aquisições educativas e cognitivas. Sumariou a sua opinião descrevendo o homem não só de acordo com a sua capacidade de fazer (*homo faber*), ou de pensar (*homo sapiens*), mas também pela sua capacidade de jogar (*homo ludens*).

Caillois (1990) defende que a concepção de Huizinga é muito abrangente e simultaneamente restrita, onde o papel do secretismo tende a ser sobrevalorizado e ao mesmo tempo desprezando a influência dos jogos de sorte e de azar.

Bishop (1991) levanta a questão do jogo ser a raiz do pensamento hipotético, apontando o jogo como o estádio da distanciação necessária para a reflexão, argumentando que, se o jogo existe em todas as culturas, é-se forçado a acreditar que este tem um papel significativo no desenvolvimento dessas mesmas culturas.

A definição de jogo levanta dificuldades, porque todas as suas descrições resvalam e se recombinam. É uma noção ambígua e complexa onde o acaso é fortemente favorecido impossibilitando a definição de conceitos, ou como salienta Caillois (1990):

> O jogo é um fenómeno total. Diz respeito ao conjunto das actividades e dos anseios humanos. Poucas são as disciplinas – da Pedagogia às Matemáticas, passando pela História e pela Sociologia – que o podem estudar proveitosamente sem um desvio qualquer (p. 202).

Schiller defendia que o jogo tem um elevado grau de seriedade, identificando-o mesmo como o verdadeiro sentido do ser humano, acreditando que se pode extrair do jogo um diagnóstico da cultura. Contudo, Nietzsche rejeita essa possibilidade identificando o jogo com forças anteriores à razão (as forças arcaicas descritas pelos pré-socráticos). A ideia de liberdade do jogo foi retomada por Groos quando define o jogo como uma actividade pura (em Caillois, 1990).

Para Caillois (1990) o jogo evoca várias concepções e contribui para um ambiente descontraído e divertido. Defende que o jogo é estéril, não produzindo nenhum tipo de riqueza material, sendo essa gratuitidade a característica que para este mais o desacredita ao contrário do que Huizinga defende.

Para Kamii, "o jogo pode ser definido, de uma maneira geral, como o conjunto de actividades às quais o organismo se entrega, principalmente pelo prazer da própria actividade" (1996, p. 27).

Segundo Chateau (1975), "o jogo, é, antes de tudo, prazer. É também uma actividade séria em que o fingir, as estruturas ilusórias, o geometrismo infantil, a exaltação, têm uma importância considerável" (p. 56).

O jogo é útil para alcançar competências específicas num ambiente estruturado e divertido descrevendo-o como "um concurso na qual foi acordado um conjunto de regras e objectivos. É um sistema social enquadrado dentro de limites de espaço e de tempo" (Bower, 1974 citado por Woodburry e outros, 2001, p. 293). Já para Piaget "o jogo é uma forma de actividade particularmente poderosa para estimular a vida social e a actividade construtiva da criança" (1976, p. 49).

Para Bright, Harvey e Wheeler (1995) o jogo educativo (*instructional game*) tem de ter simultaneamente os seguintes critérios:

- livre;
- um desafio contra uma tarefa ou um oponente;
- governado por um conjunto de regras, que descrevem todos os procedimentos de forma a jogar, incluindo os objectivos;
- uma situação arbitrária claramente delimitada no tempo e no espaço;
- de importância mínima no que respeita às situações vividas no seu seio;
- incerto, pois o seu resultado exacto não é conhecido *à priori*;
- uma actividade que termina após um número finito de jogadas.

Os cinco primeiros critérios basearam-se nos trabalhos de Inbar e Stoll (1971, citados por Bright, Harvey e Wheeler, 1995), os últimos dois foram acrescentados com o intuito de excluir actividades como a brincadeira infantil e os *puzzles*.

As várias teorias apresentadas esbarram sempre em explicações que demonstram a resistência do fenómeno a qualquer tentativa de descrição, a maioria das teorias resume-se a um jogo em particular ou ao jogo com uma função muito particular. Revela-se assim praticamente impossível elaborar uma definição concisa.

O jogo não pode ser definido, porque todas as definições resvalam e recombinam-se com outras, é assim uma noção ambígua e complexa onde o acaso é fortemente favorecido. Tal como foi defendido por Wittgenstein na sua crítica aos fundamentos do mentalismo. As implicações da sua crítica são, antes de tudo implicações para a própria ciência, pois elimina a noção de representação tal como é concebida pela visão tradicional da linguagem, impossibilitando assim a definição de conceitos.

2.3 Dimensões do jogo

Todo o jogo aparece como um sistema mais ou menos complexo de regras (ou procedimentos) que definem o que é permitido, sempre com a imposição da sua aceitação quando o jogador manifesta a vontade de jogar.

Segundo Huizinga (1980) o jogo tem algumas características fundamentais que estão sintetizadas na tabela 2.1.

Tabela 2.1: Características fundamentais do jogo para Huizinga (1980) e sua descrição.

Característica	Descrição
Livre	Preza a própria liberdade do indivíduo de jogar ou não.
Desligado da vida quotidiana	O jogo chega a ser tão absorvente que quem o joga abstrai-se por completo de tudo o que se passa à sua volta.
Isolamento/limitação (espacial e/ou temporal)	O jogo tem sempre um momento de início e outro de fim ao longo de uma sequência temporal e é jogado sempre num determinado espaço (tabuleiro, campo de jogo, peças, etc).
Fenómeno cultural	Mesmo depois do jogo ter terminado ele pode influenciar uma determinada cultura, mantendo-se na nossa memória individual ou colectiva, tornando-se em muitos casos tradição de um determinado grupo cultural ou social.
Capacidade de repetição	Deve ser replicável.
Cria ordem e é ordem	O jogo introduz uma ordem perfeita e absoluta na confusão do mundo real, qualquer desobediência a essa ordem quebra o jogo, privando-o do seu carácter e do seu valor próprio. Todo o jogo existe dentro de um determinado limite, quer seja imposto, quer seja espontâneo.
Tensão	Esta tensão aliada à procura da solução vitoriosa domina todos os jogos, conferindo-lhes valor ético, na medida em que são postas à prova as qualidades do indivíduo, pois apesar do seu natural desejo de vencer, ele deve sempre obedecer às regras.
Regras	Estas determinam o que vale e o que não vale dentro deste mundo temporário e imaginário. Em qualquer jogo as regras são absolutas e indiscutíveis.

Caillois absorve as concepção anteriores, justificando um conjunto de qualidades inerentes ao jogo, ao mesmo tempo que critica algumas das características que Huizinga definiu, nomeadamente o facto do jogo ser livre e de desconsiderar os jogos de sorte e de azar, centrando-se nos aspectos sociológicos do jogo. Estas qualidades descritas na tabela 2.2. servem de ponto de partida para uma categorização posterior mas não se afastam muito do que tinha sido definido anteriormente.

Tabela 2.2: Qualidades inerentes ao jogo retiradas de Caillois (1990).

Qualidades	Descrição
Livre	O acto de jogar não é obrigatório pois perderia imediatamente a sua noção de diversão.
Separado	Está circunscrito a limites de espaço e de tempo definidos antes de este se iniciar.
Incerto	O seu desenvolvimento não pode ser determinado nem o seu resultado antecipado.
Improdutivo	Não cria produtos nem elementos novos.
Governado por regras e convenções	Regras essas que suspendem as regras normais estabelecendo, dentro do espaço do jogo, uma nova legislação.
Fantasia	É acompanhado por um sentimento de uma nova realidade em oposição à existente.

A grande diferença entre estes dois autores passa pela qualidade improdutiva do jogo, pois enquanto Huizinga defende toda uma concepção do ser humano baseada no jogo, para Caillois o jogo é importante, mas restringe de algum modo a sua interpretação (Caillois, 1990).

Caillois vai mais longe quando constrói uma tipologia do jogo envolvendo conceitos gregos e romanos, criando um sistema referencial partindo de dois pólos antagónicos: *Paidia* e *Ludus* e quatro dimensões *agôn*, *alea*, *mimicry* e *ilinx*. Esta divisão distribui o jogo por quadrantes, cada um com um princípio original, que podem ser misturados consoante as características particulares de cada jogo.

Paidia onde reina o princípio da diversão, da turbulência, da improvisação e da despreocupação. *Ludus* que absorve toda a exuberância disciplinando-a, subordinando-a a regras convencionais e contêm todas as formas de jogo disciplinadas.

A dimensão *agôn* (competição) agrupa todos os jogos desportivos que opõem dois ou mais indivíduos ou equipas. Os adversários dispõem de condições iguais, quer naturais, quer induzidas de forma artificial. O objectivo desta dimensão não é destruir o adversário, mas sim demonstrar superioridade sobre este. Pressupõem um treino sustentado e uma aplicação assídua no desejo de vencer.

Na dimensão *alea* (sorte) agrupam-se todos os jogos que não dependem de decisões do indivíduo, são aqueles jogos onde a sorte impera, o resultado não é controlado e a vitória resulta do destino, o jogador é inteiramente passivo e tudo o que necessita é esperar. Esta dimensão é a negação do trabalho e da experiência.

A terceira dimensão *mimicry* (simulação) designa todo o jogo em que indivíduo aceita uma ilusão temporária ou um universo imaginário. O jogador encarna, ou teatraliza uma personagem ou um comportamento ilusório, o prazer de jogar está no facto do jogador passar a ser outro envolvendo criatividade e a invenção constante de papeis.

A última dimensão *ilinx* (vertigem) está associada a todos os jogos que destabilizam o equilíbrio e a percepção procurando a vertigem. Movimentos giratórios ou movimentos de queda que conduzam a um estado de desordem sensorial.

Na figura 2.1. estão descritos os pólos antagónicos e as dimensões criadas por Caillois.

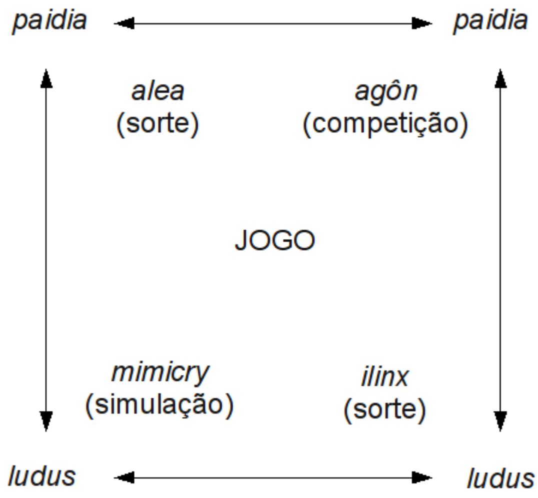


Figura 2.1: Pólos e dimensões de jogo para Caillois (1990).

Estas dimensões não estão restritas ao jogo, mas são muito mais latas, podendo ser encontradas noutras formas sociais de representação, assumindo desta forma que as características definidas por Caillois podem ser apontadas a várias destas formas conforme se verifica na tabela 2.3.

Tabela 2.3: Forma social das várias dimensões do jogo (Caillois,1990).

	Forma Cultural	Forma Institucional	Corrupção da Forma
Dimensão *agôn* (competição)	Desporto	Exames e concursos	Violência e desejo de poder
Dimensão *alea* (sorte)	Lotarias e casinos	Especulação financeira	Superstição
Dimensão *mimicry* (simulação)	Teatro e cinema	Rituais e uniformes	Alienação e desdobramento de personalidade
Dimensão *ilinx* (vertigem)	Acrobacias e desportos radicais	Profissões de alto risco	Alcoolismo e toxicodependência

Uma alternativa a estes modelos proposta por Krasnol e Pepler (discutida em Smith, Cowie e Blades, 2001) com base em quatro dimensões, encontra-se representada na figura 2.2.

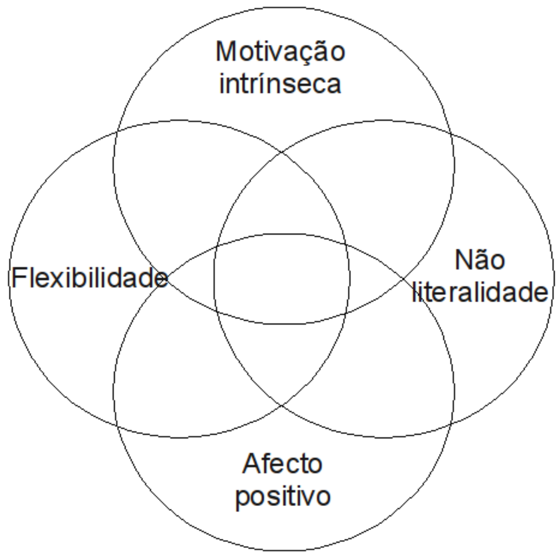


Figura 2.2: Modelo das dimensões do jogo baseado em critérios lúdicos de Krasnol e Pepler (segundo Smith, Cowie e Blades, 2001).

A dimensão da *flexibilidade* resume todas as características estruturais do jogo, incluindo variações de forma e de conteúdo, o *afecto positivo* refere-se a nível da diversão, a *não literalidade* assenta em factores de simulação e a *motivação intrínseca* respeita aos comportamentos lúdicos e à sua forma de funcionamento.

Smith e Vollstedt (Smith, Cowie e Blades, 2001) operacionalizaram este modelo acrescentando uma quinta dimensão: os *meios/fins*, chegando à conclusão que a criança está mais interessada no desempenho do jogo do que no seu resultado final. Uma das conclusões dessa investigação apontava para uma prevalência no jogo de critérios de *não literalidade* e de *flexibilidade*.

2.4 Tipos de jogos

Vários autores preocuparam-se em estabelecer classificações para os jogos, com diferentes critérios e objectivos. Muitas destas classificações dão ênfase à actividade de jogar, outras à função contida no acto de jogar. De acordo com Michelet (1992, citado por Silva, 2003) a classificação de jogos pode ser enquadrada em várias categorias: etnológica, sociológicas, filogenéticas, psicológicas e pedagógicas.

> Apesar da variedade de jogos, existem sempre factores a considerar: a facilidade, o risco e a habilidade. Jogos de força, de destreza, de cálculo são exercícios e diversão. Tornam o corpo mais vigoroso, mais dócil e mais resistente, a vista mais aguda, o tacto mais subtil, o espírito mais metódico e mais engenhoso. Cada jogo reforça e estimula qualquer capacidade física e mental. Através do prazer e da obstinação, torna fácil o que inicialmente era difícil ou extenuante (Caillois, 1990, p. 17).

Já Ferran, Marriet e Porcher (1979) separam os jogos em três tipos: Jogos de motivação ou de síntese, jogos individuais e colectivos que promovem a socialização, a autonomia, a solidariedade e a complementaridade e os jogos adaptativos.

Chateau (1987) classificou e estudou atentamente o jogo, aliado ao desenvolvimento gradual da criança. Na sua teoria, o jogo assume um papel muito importante nas várias etapas da vida, até à idade adulta. O jogo começa desde muito cedo a ser parte integrante da vida e do desenvolvimento da criança, mas essa importância e preponderância não termina com o crescimento, continua até ao fim da vida a constituir um factor importante para a estabilização da personalidade e como actividade lúdica, lazer e competição. O jogo permite uma melhor percepção a nível motor, social e cognitivo. Divide o jogo por classes de acordo com as idades das crianças e respectivas características, como se verifica pelo resumo da tabela 2.4.

Tabela 2.4: Classificação dos jogos das crianças segundo Chateau (1987)

Classe	Características
Jogo funcional	Precede uma necessidade e origina uma satisfação sensorial. Este tipo de jogo está ligado à repetição do gesto espontâneo pela criança. É o resultado de uma necessidade de gastar energias (saltar, manipular etc). É uma actividade que visa produzir um resultado agradável e concreto. Serve para desenvolver uma função surgindo por este modo funções mais complexas. São bastante importantes no primeiro ano de vida.
Jogo de imitação ou simbólico	Este tipo de jogo ocorre entre os 2 e os 3 anos. Imita o mundo exterior, principalmente o adulto, dando também um valor aos objectos que pode não ser o seu valor real. Permite desenvolver a imaginação e a criatividade.
Jogo de construção	Situa-se entre os 2 e os 4 anos. A criança sente uma atracção especial por cubos, empilhando-os. Demonstra uma tendência para a ordem.
Jogo de regras arbitrárias	Tem lugar entre os 5 e os 6 anos. Existe uma libertação das regras estabelecidas criando novas regras estipuladas pelo próprio. Jogos facilmente esquecidos e pouco duradouros.
Jogos sociais	Surgem igualmente entre os 5 e os 6 anos, prolongando-se até à idade adulta. São organizados em grupo e englobam jogos de habilidade e valentia e os jogos de sociedade.

Roth (segundo Bishop, 1991) produziu uma categorização detalhada dos jogos encontrados nas tribos aborígenes enquadrando-os em 7 grupos resumidos na tabela 2.5. Esta categorização encontra muitas semelhanças com as características enunciadas por Huizinga.

Tabela 2.5: Grupos categorizados por Roth (Bishop,1991)

Tipo de jogo	Características
Imaginativos	Fábulas e lendas.
Realistas	Utilização de objectos da natureza, orgânicos e inorgânicos, por exemplo, brincar com animais.
De imitação	Vasta quantidade de jogos separados em duas subcategorias: a) Jogos onde se imitam aspectos e objectos da natureza, por exemplo: os movimentos dos animais. b) Jogos onde se imitam as acções dos adultos, por exemplo: a imitação dos rituais de caça.
Discriminativos	Jogos como as escondidas e a apanhada.
De disputa ou competição	Jogos onde existem dois ou mais adversários.
De propulsão	Inclui todos os jogos onde um, ou mais objectos são arremessados.
Exultantes	Música, dança e outros entretenimentos.

Na matemática em particular, Bishop (1991) argumenta que o conceito de *game* é mais restrito que o conceito de *play* (mantém-se os termos no original devido à ambiguidade das traduções), sendo este último uma actividade geral e primeiro a formalização dessa actividade ou mesmo a sua representação. Assim cada actividade matemática assume uma semelhança com esta relação na medida em que a contagem desenvolve a linguagem numérica e o sistema numérico, a localização desenvolve a linguagem espacial, as imagens e os sistemas rudimentares de coordenadas, as medidas desenvolvem a linguagem dos quantificadores, unidades e sistema de medição, o desenho desenvolve as formas e as ideias geométricas.

No capítulo seguinte são apresentadas algumas teorias que relacionam o jogo, a educação e a matemática, sustentadas por vários autores que, de alguma forma justificam a pertinência do tema e a utilização do jogo na escola.

Capítulo 3

A aprendizagem por intermédio dos jogos

> A matemática é uma mina de ouro com um fornecimento indefinido de jogos. Dada qualquer estrutura matemática pode-se inventar um jogo cujos constrangimentos correspondam exactamente aos presentes na estrutura matemática em questão. Alguns matemáticos poderão responder dizendo que a matemática em questão é já um jogo! (Dienes, 2004, pp. 5-6)

Quando se fala em jogo educativo refere-se ao jogo elaborado na intenção de distrair e instruir ao mesmo tempo. Desta forma, o jogo educativo tem sempre duas funções: uma função lúdica, na qual a criança encontra prazer ao jogar, e uma função educativa, através da qual o jogo ensina alguma coisa, ajuda a desenvolver o conhecimento da criança e a sua apreensão do mundo.

Em educação, para Brougère (segundo Silva, 2003) não é jogo o que se pratica, mas sim um procedimento educativo com aparência de jogo.

> Em torno do termo "jogo educativo", que sem dúvida é só jogo por analogia, há um deslizamento do vocabulário que permite a eliminação do jogo, conservando o vocábulo que designa um material cuja utilização está longe de corresponder aos critérios do jogo "strictu sensu" (Brougère citado por Silva, 2003, p. 16).

Vial, ao considerar importante a utilização do jogo no ensino, diferencia o jogo educativo do jogo didáctico. O primeiro envolve acções mais activas permitindo a exploração e proporcionando efeitos motores, afectivos, lógico-matemáticos, etc. O jogo didáctico é mais restrito, está intimamente ligado ao ensino de conteúdos muito específicos (Silva, 2003). Na mesma linha Bright, Harvey e Wheeler (1995) definem o jogo instrutivo como "um jogo para o qual um conjunto de objectivos educativos foram determinados" (p. 6).

Fletcher, citado por Bright, Harvey e Wheeler (1995), define o jogo educativo (*instructional game*) como uma situação em que existe um conjunto x de jogadores, existe um conjunto y de regras que providenciam n opções, possibilitando um conjunto z de possíveis finais, onde existe um claro conflito de interesses entre os adversários. Cada jogador tem um conjunto de recursos e um padrão de preferências sustentado por um sistema de informação. Posteriormente Brousseau defende que o jogo didáctico "deve permitir a representação das situações observáveis em sala de aula, incluindo as situações 'menos satisfatórias' desde que se consiga conduzir o indivíduo para uma aprendizagem" (Brun, 2000, p. 75).

O jogo introduz nos procedimentos da aula os seus próprios procedimentos, utilizando o seu dinamismo e as relações que se estabelecem para o ensino de conceitos matemáticos pois estes são semelhantes aos da construção do conhecimento matemático (Grando, 1995).

Segundo Kishimoto (citado por Grando, 1995) "qualquer jogo empregue pela escola, desde que respeite a natureza do acto lúdico, apresenta um carácter educativo e pode receber também a denominação geral de jogo educativo" (p. 73). Consideram-se jogos como didácticos na medida em que podem ser utilizados para introduzir, aprofundar conceitos e para preparar o aluno para a compreensão de conceitos já trabalhados.

O acto de jogar, pode significar a exploração de opções diferentes dentro de um contexto específico. O aluno, ao jogar, encontra-se diante de um conflito cognitivo, que exige uma tomada de decisões. Neste sentido, arrisca, testa estratégias e, vivencia conceitos matemáticos inerentes ao jogo. Para o aluno que joga, o prazer está no próprio jogo e não nas aprendizagens que possa fazer.

O jogo didáctico, é assim, mais do que um problema, é um *problema em movimento*. "Jogar é uma forma lúdica de resolver um problema e/ou vários problemas, motivando, naturalmente, o aluno a pensar" (Grando, 1995, p. 128). Deve então ser utilizado não só como instrumento didáctico, mas também como desbloqueador das relações entre conceitos matemáticos.

> É muito mais fácil e eficiente aprender por meio de jogos, e isto é válido para todas as idades (...). O Jogo em si possui componentes do quotidiano e o envolvimento desperta o interesse do aprendiz, que se torna sujeito activo no processo (Lopes, 1996, p. 19).

Para além das razões salientadas por Grando (1995, 2000) para a utilização do jogo didáctico na aula de Matemática, este também pode permitir uma abordagem informal a conceitos matemáticos considerados demasiado abstractos e favorecer a interacção entre os alunos.

Bruner (citado por Wassermann, 1990) defende que o facto de o aluno jogar, em certas condições "aumentam a riqueza e o alcance do jogo" (p. 17), condições essas que se encontram resumidas na tabela 3.1.

Tabela 3.1: Condições definidas por Bruner para aumentar o valor educativo do jogo (segundo Wassermann, 1990)

Condição	Descrição
Um parceiro	Uma criança a jogar sozinha raramente ocupa muito tempo com essa actividade, duas ou mais crianças trocam e negoceiam sentidos e regras.
Material	Os objectos provocam laços duradouros pois a criança mexe, explora e assimila melhor os conceitos pois vivencia as suas propriedades.
Supervisão	Se se pretende ensinar algo, a supervisão é necessária, não como intromissão, mas como factor controlador e orientador.

Grando (2000) sintetiza sete momentos de jogo considerados relevantes para a utilização de jogos didácticos na aula com o intuito de aproveitar todas as suas potencialidades. Tal como está resumido na tabela 3.2.

Tabela 3.2: Momentos de jogo relevantes para Grando (2000)

Momento	Descrição
Familiarização com o material	A abordagem do material permite a identificação de materiais conhecidos e a analogia com jogos conhecidos anteriormente.
Reconhecimento das regras	É importante que as regras sejam bem explícitas: quer de forma oral, quer escrita.
O jogo pelo jogo	Momento de jogo espontâneo possibilitando a familiarização com os materiais e com as regras bem como o contacto com os conceitos educativos de uma forma informal.
Intervenção pedagógica	Agora o aluno está consciente que está a jogar na aula fomentando a aprendizagem.
Registo do jogo	Passo formal para sistematizar o processo e identificar as aprendizagens efectuadas. É simultaneamente parte integrante do jogo e como instrumento de análise.
Intervenção escrita	É a quebra da actividade lúdica. A problematização formal das actividades desenvolvidas durante o jogo.
Jogar com competência	Retoma-se o jogo já com a conceptualização formal dos jogos anteriores e toda a problematização analisada pelos vários intervenientes.

Tendo qualquer jogo um objectivo num contexto específico, a sua utilização na aula tem finalidades para além da ideia original do jogo. Pode-se apresentar como produtivo, um facilitador da aprendizagem, desenvolvendo competências como o raciocínio, a reflexão, o levantamento de hipóteses, a experimentação e a própria avaliação, para além de desenvolver a autonomia, a auto-estima e a socialização.

Nem todos os jogos didácticos produzem todas estas possibilidades, mas o seu potencial existe. Pelo seu ênfase na resolução de problemas, o jogo tenta atingir o que Schon descreve como compromissos para uma epistemologia particular que "selecciona a desatenção para uma competência prática" (Schon, 1983 citado por Woodburry e outros, 2001, p. 293). O aluno tenta melhorar o desnível entre o conhecimento e a complexidade das competências necessárias no ensino e na aprendizagem.

3.1 A matemática e o jogo

Steiner no prefácio da obra de Huizinga, *Homo Ludens* (2003), faz referencia à matemática como um dos padrões onde o jogo se manifesta mais puramente.

> De todas as actividades humanas, é a matemática pura, que mais se aproxima dos padrões defendidos por Huizinga para o jogo de natureza elevada. A matemática desenvolve-se de acordo com um conjunto de regras não utilitárias e rigorosamente arbitrárias. Define uma área privilegiada, acessível apenas a quem percebe e respeita as regras. No entanto é sempre possível estabelecer novas regras para o jogo. A matemática partilha com os modos

> de processo mental que Huizinga designa por lúdicos uns quantos critérios de beleza formal, de dificuldade, de profundidade de espírito (Huizinga, 2003, p. 13).

Guzmán (1990) defende que a própria matemática é um jogo, mesmo que possa ser muitas outras coisas. O jogo presta-se a muitas análises que se aproximam das ideias do desenvolvimento matemático.

> Não é de estranhar que muitos dos grandes matemáticos de todos os tempos tenham sido argutos observadores de jogos, participando activamente neles, e que muito do seu estudo intensivo, devido precisamente a essa mistura peculiar de jogo e Matemática que às vezes os faz indiscerníveis, tenham dado lugar a novos campos e novas formas de pensar, aquilo que hoje considerarmos Matemática a sério (Guzmán, 1990, p. 4).

Muitas das ideias pitagóricas sobre números foram originadas por jogos de configurações com pedras. Euclides utilizou jogos numa obra perdida *Pseudaria* ou *O livro dos enganos*. Fibonacci cultivou uma matemática lúdica, o jogo deu também azo a ao aparecimento do *Liber de Ludo Aleæ* de Cardano, obra sobre jogos de azar, antecipando-se em quase um século à Teoria da Probabilidade de Pascal e Fermat. Euler abordou o jogo das sete pontes de *Königsberg* como um problema originando a Teoria dos Grafos e posteriormente a Topologia. Von Neumann e Morgenstern desenvolveram a Teoria dos Jogos, fundamental para o desenvolvimento económico analisando jogos de estratégia (Guzmán, 1990).

Estes factos revelam um grande interesse dos matemáticos pelos jogos, pois parte da matemática tem fundamento em características lúdicas muito semelhantes ao jogo. A Aritmética poder ser encontrada em jogos como os quadrados mágicos, adivinhas de números, jogos de moedas, etc. A Teoria dos Conjuntos é uma ferramenta importante para analisar jogos de tabuleiro como o GO, as damas e o xadrez. A Teoria da Probabilidade é útil para a análise aos jogos de azar, como os jogos de cartas.

Já Oldfield (citado por Grando, 1995) classifica os jogos matemáticos segundo critérios dominantes em cada um baseado nas funções que podem desempenhar desde os jogos lógicos que desenvolvem a noção de estratégia, jogos para a fixação de conceitos, jogos que desenvolvem habilidades de cálculo, de geometria, de lógica, etc, jogos de cooperação e jogos competitivos.

3.2 O jogo didáctico na aula de Matemática

> Assim o jogo se apresenta como um problema que "dispara" para a construção do conceito, mas que transcende a isso, na medida em que desencadeia esse processo de forma lúdica, dinâmica, desafiadora e, portanto, mais motivante ao aluno (Grando, 1995, p. 141).

Os jogos favorecem a aprendizagem e a aplicação de métodos heurísticos paralelos às etapas de resolução de problemas de Pólya, potenciando a utilização de estratégias diversificadas e a aferição das possibilidades. Desenvolvem-se deste modo capacidade importantes como a memorização, o raciocínio, a estimação e o cálculo mental.

> Jogar nas aulas de Matemática é entendido assim como uma actividade potencialmente enriquecedora, em que o aluno assume um papel activo na procura do conhecimento. Cabe ao aluno analisar as situações que se lhe vão colocando ao longo do jogo, reflectindo sobre as suas jogadas e a dos seus adversários, numa tentativa de melhorar a sua estratégia de actuação. Este tipo de actividades pode pois dar um forte contributo para o desenvolvimento de aspectos tão importantes como uma atitude positiva face à disciplina, a confiança em si próprio, o raciocínio e o conhecimento de conteúdos específicos envolvidos no jogo (Rocha, 1999, s.p.).

Uma razão lógica para a utilização de jogos parece ser o gosto dos alunos pela actividade lúdica e pelas aprendizagem efectuadas por seu intermédio. O seu objectivo centra-se no despertar o gosto pela Matemática, mudando as rotinas de aprendizagem. Este ensino através do jogo permite que o aluno aprenda num processo interessante e divertido (César, 1997).

Um estudo analisado (Bright, Harvey e Wheeler, 1995) teve o objectivo de investigar os efeitos cognitivos dos jogos educativos (*instructional games*) combinando níveis instrucionais e taxonómicos de modo a descrever as condições sobre as quais podem ser esperados efeitos cognitivos, sintetizando os resultados ao longo de 11 estudos.

A base para todos os estudos analisados é sustentada pela concepção de que os jogos educativos (*instructional games*) parecem ter um papel importante nos desejos dos professores:

> Uma preocupação dos educadores, professores, administradores, pais, e empregadores é que os alunos, em todos os niveis, adquiram e retenham competências matemáticas cognitivas que permitam que se transformem em cidadãos, consumidores e empregados de sucesso. (...) cada um desses grupos também espera que os alunos apreciem a matemática que aprendem, estejam motivados para a aprender, e que se entusiasmem em aprender mais matemática. Os jogos educativos [*instructional games* no original] parecem ser uma forma de satisfazer todos estes desejos num único procedimento educativo. (Bright, Harvey e Wheeler, 1995, p. 1)

Nas suas conclusões referem que, no que diz respeito às implicações para o ensino:

- Os jogos podem ser eficazes para algo mais do que exercício e prática. Salientando a necessidade de maior atenção a jogos que proporcionem conteúdos de nível cognitivo mais alto.

- Os jogos podem ser utilizados juntamente com outros instrumentos e estratégias didácticas, nomeadamente com a resolução de problemas.

- Os jogos, provavelmente, deveriam ser utilizados em antes ou imediatamente após a introdução de um novo conceito, principalmente se os conteúdos estiverem num dos níveis taxonómicos mais altos.

- A utilização do desafio, da fantasia ou da curiosidade podem potenciar a eficácia dos jogos educativos. Provavelmente a forma mais simples será introduzir os conteúdos num contexto de simulação, como é utilizado (com sucesso) nos jogos de vídeo.

Os resultados mais significativos apontam para a utilização diversificada de jogos na aula, não os restringindo a actividades de exercício e prática de conceitos (Bright, Harvey e Wheeler, 1995).

A preocupação é centrada no proporcionar vivências que constituam um desafio e na prática de raciocínios mais ou menos elaborados. O jogo inicia-se com a tentativa e erro, erros que conduzem ao levantamento de hipóteses, que uma vez verificadas permitem deduzir uma estratégia e uma generalização dessa estratégia caso tenha efeito.

Com base na investigação de Grando (1995, 2000) sintetizam-se as vantagens da utilização dos jogos:

- Detecção das dificuldades reais do aluno.
- Demonstração da assimilação e da compreensão dos conceitos.
- Aperfeiçoamento de competências matemáticas.
- Desenvolvimento do espírito crítico.
- Consideração do erro como um patamar para a resolução e/ou conclusão do problema.

Bem como as suas desvantagens:

- Carácter aleatório.
- Maior dispêndio de tempo.
- Noção da aula como um casino.
- Destruição da voluntariedade do jogo.

> Na interacção entre diversos sujeitos, o meio não comporta apenas objectos, mas parceiros que agem sobre esse meio, de acordo com os conhecimentos neles introduzidos. Por seu turno, o meio reage, quer directamente, quer pelas acões suscitadas nos parceiros. A interacção cognitiva não é completada da mesma maneira que numa situação isolada, onde dispositivo e conhecimento remetem um para o outro. A interacção de um conhecimento com a situação repercute-se nos conhecimentos dos outros, o que amplifica os processo cognitivos, favorecendo, por exemplo, as descentrações, e permite a objectividade dos conhecimentos (Brun, 2000, p. 237).

Nos estudos efectuados por César (1997) constatou-se que a maioria dos alunos obtém maiores desempenhos em tarefas com carácter lúdico e que não têm uma conotação imediata com as tarefas matemáticas tradicionais, aderindo com maior facilidade e com mais entusiasmo.

Taylor e Wallford (1978) definem três atributos significativos para a aplicação do jogo didáctico: por um lado o jogo didáctico é uma técnica orientada para a actividade e representa uma abordagem informal, por outro é baseado em problemas e por fim é uma técnica dinâmica pois lida com situações variáveis onde é necessário flexibilidade lógico-matemática.

Na tabela 3.3. sugere-se as possibilidades possíveis de ligação entre as questões colocadas durante o jogo e ideias matemáticas.

Tabela 3.3: Ligações entre ideias matemáticas e questões surgidas durante o jogo, adaptado de *Centre for Innovation in Mathematics Teaching* (1999).

Ideia matemática	Questão
Isomorfismo	”Este jogo é parecido com...”
Caso particular	”Podes ganhar se...”
Generalização	”Isto funciona com todos estes jogos...”
Prova	”Olhem, posso mostrar que se for feito assim...”
Simbolização e notação	”Eu aponto a classificação assim...”

Através de uma abordagem ao conceito do jogo, intui-se o seu valor enquanto recurso educativo. A sua importância centra-se no facto de permitir resolver problemas simbolicamente e mobilizar vários processo lógico-matemáticos.

As afirmações anteriores permitem concluir que o jogo é um instrumento útil para a aquisição de competências matemáticas. No entanto, não é o jogo em si o importante do ponto de vista do ensino e da aprendizagem da Matemática. O que é, tal como sugerido por Piaget (1972), é a acção mental que é estimulada quando as crianças têm a possibilidade de ter os objectos e os diferentes materiais nas suas mãos. Canals afirma:

> Se soubermos propor a experimentação de forma adequada a cada idade e, a partir daí, fomentar o diálogo e a interacção necessários, o material [jogo], longe de ser um obstáculo que nos faz perder tempo e dificulta o salto para a abstracção, facilitará esse processo, porque fomentará a descoberta e tornará possível uma aprendizagem sólida e significativa (Canals, 2001 citada por Alsina, 2006, p. 8).

Alsina (2006) defende que o jogo didáctico é um recurso indispensável no ensino da Matemática devendo ser integrado nos próprios programas com a operacionalização das actividades lúdicas. Salienta que, citando Bettelheim: “O mundo lúdico das crianças é tão real e importante para elas, como é, para o adulto, o mundo do trabalho e, consequentemente, dever-se-á conceder-lhe a mesma dignidade” (Alsina, 2006, p. 7).

3.3 Os argumentos contra o jogo

Para ter validade a recomendação do jogo enquanto estratégia didáctica devem-se considerar também os argumentos negativos. Existem muitos autores que argumentam contra a utilização generalizada dos jogos no ensino, dos quais se salienta Postman (1996) cujos argumentos estão resumidos na tabela 3.4.

Tabela 3.4: Argumentos contra a utilização do jogo no ensino adaptado de Postman (1996).

Argumento	Justificação
O acto de aprender não é sempre divertido.	Oposição vigorosa à utilização de jogos pois o ensino não deve ser divertido. Muita da aprendizagem não é divertida, é difícil, requer aplicação, reflexão e seriedade. A expressão divertido não é apropriada para o ensino.
Os jogos excluem alguns alunos.	Se os jogos forem construídos com base em recolhas de mercado podem excluir alguns alunos.
Os jogos podem distrair as atenções da verdadeira aprendizagem.	Muitos dos jogos educativos são simplesmente jogos aos quais foram adicionados alguns conteúdos educativos. Quando os objectivos do ensino não são congruentes com os objectivos do jogo corre-se o risco de distrair o aluno da verdadeira aprendizagem.
Se forem pobres em conteúdo podem ser desanimadores.	Uma sensação comum na maioria dos jogos educativos é o desapontamento, quando o aluno experimenta um jogo que é muito fraco em comparação com os jogos comerciais bem construídos, cheios de animação e interactividade.
Os jogos são caros e demoram mais tempo a realizar.	A sobrevalorização do jogo, a concepção que a sua introdução na aula é fácil e que não é necessário mais trabalho adicional tem um efeito contrário.

Os jogos podem ter custos muito elevados (mesmo não sendo sempre de forma monetária, pode ser em termos de dispêndio de tempo que poderia ser mais bem planificado), muitas das vezes sem valor educativo e, pior, podem distrair, desapontar ou mesmo destruir essa aprendizagem. Não devem ser forçados em quem não gosta da abordagem. Deve-se ser sensível a este factor, especialmente com alunos que adquiriram boas capacidades de aprendizagem e preferem uma abordagem mais académica. Alunos de níveis de ensino mais elevados podem perfeitamente considerar o jogo como uma abordagem infantil desnecessária.

Lopes (1996) enumerou vários aspectos a ter em conta desde a ansiedade que o jogo provoca e influencia a atenção, aos hábitos de cumprimento de regras. No contexto escolar existem poucas oportunidades de desenvolver a criatividade tornando o aluno descrente nas suas capacidades e competências básicas, com o jogo podem-se desenvolver competências de realização e de auto-estima, mas não é uma relação linear. Muitos alunos encontram na escola uma barreira à sua autonomia, não arriscando com medo do erro, com o jogo tem de assumir esse erro como um risco podendo negar-se a jogar preferindo uma abordagem mais tradicional.

Dennis, Muiznieks e Stewart citados por Bright, Harvey e Wheeler (1995) salientam uma preocupação comum à utilização de jogos: é difícil apontar com precisão as aprendizagens efectuadas por intermédio dos jogos didácticos.

Outro dos problemas das investigações reporta-se à interpretação e à própria estrutura dos estudos anteriores a 1976 (Bright, Harvey e Wheeler, 1995), baseada em três factores; primeiro a utilização de jogos cujo conteúdo é pobre ou pouco relevante para a matemática escolar, segundo, a utilização de jogos sem consideração sobre o tratamento a efectuar e por último análises incorrectas ou inapropriadas dos dados recolhidos. Estas considerações apontam para uma investigação fragmentada, fragilizando-a e tornando os estudos insuficientes para suportar o desenvolvimento de paradigmas de investigação sobre a utilização de jogos no ensino da matemática.

3.4 O jogo patológico

Em casos limite, o jogo transforma-se em vício, causando o que se denomina de *ludopatia*, designação científica para o vício do jogo, ou o jogo patológico. Problemática que do ponto de vista social, constitui uma das pragas mais antigas da humanidade, muito devido ao seu grande poder destrutivo. Apesar de ser uma doença antiga, até 1975 não era estudada como tal e só em 1979 foi definida. O seu reconhecimento oficial data de 1980 quando a Associação Americana de Psiquiatria (APA) a inclui como uma das categorias no campo dos transtornos de controlo de impulsos (Ballone, 2003).

A Organização Mundial de Saúde (OMS) transcreve praticamente o texto dessa categoria na classificação internacional de doenças mentais, agrupando o jogo patológico na mesma categoria da cleptomania e da piromania, descrevendo-o como o transtorno do controlo de impulsos caracterizado pelo impulso incontrolável de realizar actos danosos baseados em três categorias; o fracasso de resistir ao impulso, a sensação crescente de tensão antes do acto e a experiência do prazer, da gratificação ou da libertação após o acto consumado (Ballone, 2003).

Esta transição do gosto de jogar para uma ludopatia é normalmente imperceptível, passando a ser um problema no momento em que deixa de ser diversão. A dependência perpetua-se por intermédio de mecanismos derivados da própria dependência constituindo o seu círculo vicioso.

Existem factores inerentes ao próprio jogador, como a personalidade, a capacidade de resistência aos estímulos lúdicos próprios da sua natureza como a ambição, o gosto pelo risco, baixa tolerância à frustração, etc. O vício é forte e as consequências podem ser desastrosas.

A classificação das *ludopatias* baseia-se unicamente em jogos de azar, destacando-se quatro grandes classes de acordo com as suas características como está resumido na tabela 3.5.

Tabela 3.5: Classes de jogos baseadas nas suas características, (adaptado de Bombím, 1992 citado por Villoria, s.d.).

Classe	Característica principal
Legalidade	Noção do jogo ser legal ou ilegal.
Administração	Caso do jogo se desenvolver de forma pública ou privada.
Conteúdo	O tipo de jogo e o que o envolve.
Poder viciante	Capacidade do jogo causar maior ou menor dependência ao jogador.

Nas crianças já existem factores de risco de *ludopatia* com os computadores e as consolas a liderar. Os pais ficam tranquilos mesmo que as crianças passem horas infindáveis em frente de um ecrã. Os jogos favoritos transportam o jogador para outras dimensões e com personagens que são tudo aquilo que gostaria de ser, jogos interactivos e viciantes na sua maioria dos casos.

Em Portugal existe um grupo de auto-ajuda, os Jogadores Anónimos de Portugal (JAP) sediado no Porto e ligado ao *Gamblers Anonymus* (GA) com sede em Los Angeles.

No capítulo seguinte analisa-se a contribuição de vários autores para a utilização de jogos no ensino.

Capítulo 4

Jogo, aprendizagem e educação

> Mesmo o adulto ainda age frequentemente do mesmo modo: é muito difícil, quando se acaba de adquirir, pela primeira vez, um aparelho de rádio ou um automóvel, que o adulto não se divirta fazendo funcionar um ou passeando no outro, sem mais finalidade do que o prazer de exercer os seus novos poderes (Piaget, 1990, p.149).

Neste capítulo analisa-se o contributo de autores como Piaget, Vygotsky e Dienes para a utilização de jogos no ensino, nomeadamente no ensino e na aprendizagem da matemática.

Piaget e Vygotsky, analisaram o papel do jogo na construção do conhecimento, mas com perspectivas diferentes. Enquanto Piaget enfatizou o a evolução do jogo com base nos processos biológicos, Vygotsky centrou-se nos aspectos sociais priorizando os seu funcionamento dinâmico. Ambos, porém, vêm o jogo como um processo simbólico no qual através da acção com o jogo a criança procura significados. Assim, quando brincam, para além de promoverem a imaginação e a satisfação dos desejos e necessidades, desenvolvem capacidades criadoras promovendo conhecimento. Neste processo, constroem-se e exercitam-se capacidades semióticas de um modo cada vez mais abstracto, estruturando as suas relações.

Ambos os autores abordam indiferentemente os conceitos de jogo e de brincadeira, sem uma preocupação em os definir. Abordam o jogo como um conceito primitivo, como se todas as definições convergissem para a mesma representação.

Dienes aborda temas de Álgebra de um ponto de vista diferente da abordagem tradicional, o seu estilo informal torna a compreensão fácil, enquanto que os seus jogos inovadores e *puzzles* intrigantes asseguram uma aprendizagem com prazer. Os Blocos de Dienes proporcionam a aquisição de noções lógicas e possibilitam a evolução do pensamento abstracto. Com a utilização dos blocos aborda-se principalmente noções de correspondência e de classificação que na visão de Piaget são noções pré-matemáticas fundamentais. Não ensinam a fazer contas mas exercitam o pensamento lógico-matemático.

4.1 O jogo para Piaget

Piaget argumenta que o jogo não é uma actividade interessante pois o jogador está preocupado com o resultado da sua actividade, estruturando a importância que o jogo assume no desenvolvimento social, afectivo e cognitivo na procura de caracterizar e classificar essa actividade.

Por discordar de autores que se centraram somente no conteúdo do jogo e nas suas origens sociológicas ou antropológicas, Piaget (1972) propôs uma abordagem genética sobre o jogo, baseando-se na sua investigação sobre a evolução das suas estruturas lógico-matemáticas, entendendo o jogo como uma actividade fundamental no desenvolvimento da criança. O corpo é a materialização e a possibilidade que a criança dispõe para estabelecer relações, e o jogo é o recurso que utiliza para que esse processo de conhecimento de si mesma, do outro e do mundo, seja concreto, significativo, e sobretudo natural. Estes exercícios lúdicos constituintes da forma inicial do jogo na criança não são de modo nenhum exclusivos dos primeiros estádios de desenvolvimento, reaparecendo durante toda a sua vida sempre que uma nova capacidade é adquirida. Em cada acto de inteligência existe um equilíbrio entre a assimilação e a acomodação, enquanto que a imitação é a continuação da acomodação, Piaget (1972) defende que o jogo é essencialmente assimilação, ou a primazia da assimilação sobre a acomodação.

As três estruturas (tipos de jogos) identificadas pela análise dos conteúdos de jogos baseadas na investigação efectuada por Piaget (Piaget, 1972) são as seguintes: jogo de exercício, jogo simbólico e jogo de regras.

4.2 O jogo de exercício

Para Piaget o jogo de exercício corresponde às primeiras manifestações lúdicas da criança, em que esta exercita as estruturas subjacentes ao jogo, mas sem a capacidade de as modificar. Assume-se como uma assimilação funcional e repetitiva pois coloca em acção um conjunto de estruturas sendo a referência da sua função o que diferencia estes jogos. O jogo é individual e repetitivo dirigido em função dos hábitos motores da criança, a este nível não existem regras, somente regularidades. Como Piaget (1990) exemplifica:

> Quando um sujeito pula um riacho pelo prazer de saltar e volta ao ponto de partida para recomeçar, etc., executa os mesmos movimentos que se saltasse por necessidade de passar para a outra margem; mas fá-lo por mero divertimento e não por necessidade; ou para aprender uma nova conduta (p. 144).

Estes jogos de exercício simples, sem a utilização de símbolos ou regras, característicos de comportamentos animais, são os primeiros tipos de jogos a aparecer e são jogos sensório-motores iniciais numa fase de pré-linguagem. Piaget (1972) classificou-os também consoante a sua evolução após o aparecimento da linguagem, dividindo-se em duas categorias: ou se mantém jogos sensório-motores ou evoluem para jogos envolvendo o raciocínio. Existem certos jogos de raciocínio que não são simbólicos em que o seu objectivo é o puro exercício de certas funções mentais, tal como as estruturas lógico-matemáticas. Os próprios jogos de exercício sensório-motores ainda podem ser sub-divididos em sub-classes como exemplificado na figura 4.1.

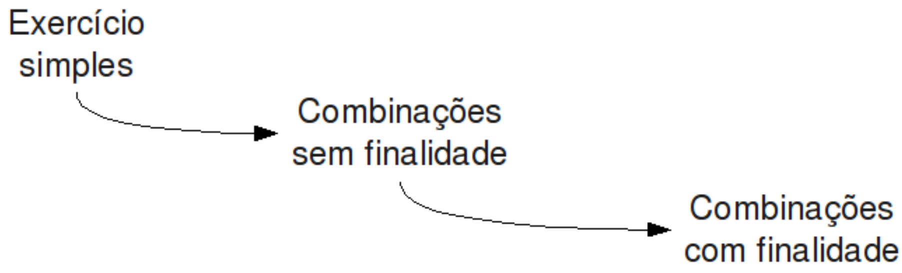


Figura 4.1: Evolução e sequência das classes do jogo de exercício.

Uma primeira classe abrange os jogos de exercício simples, os que se limitam a reproduzir uma conduta adaptada a um objectivo utilitário mas sem o seu contexto. Essa reprodução somente é repetida pelo prazer de a exercer. Nos casos mais simples, dão lugar a aquisições de esquemas sensório-motores constituídos por reacções circulares terciárias, inteligência prática e intuitiva. Posteriormente, numa segunda classe, a das combinações sem finalidade, a diferença existente é que a criança não se limita a exercer simplesmente as actividades, mas constrói novas combinações ainda sem finalidade definida, são uma ampliação dos exercícios da primeira classe. A terceira classe distingue-se das anteriores pois as combinações já têm finalidade, mesmo que seja um fim lúdico por si. Esta é uma classe de transição para o jogo simbólico.

Mesmo os jogos de exercício de pensamento podem ser divididos nas mesmas três classes anteriores, mas essas classes são muito inconstantes não comportando nenhum interesse real para o próprio pensamento. Tratam-se de actividades lúdicas que surgem pela repetição da acção e pelo prazer funcional, em função do prazer e dos hábitos, acompanhando cada nova aquisição e desaparecendo após a saturação. No fundo, para Piaget (1972, 1990) são jogos meramente fisico-motores.

> Quando a criança se diverte em fazer perguntas pelo prazer de perguntar ou em inventar uma narrativa que ela sabe ser falsa pelo prazer de contar, a pergunta ou a imaginação constituem os conteúdos do jogo e o exercício a sua forma; pode-se dizer então que a interrogação ou a imaginação são exercidas pelo jogo (Piaget, 1990, p. 155).

4.3 O jogo simbólico

Para Piaget (1990), o símbolo, estrutura que surge a partir da imitação, possibilita o aparecimento e o progressivo desprendimento da representação, primeiro na presença e, depois na ausência do objecto.

Ao contrário do jogo de exercício, o jogo simbólico corresponde à ocorrência da representação do objecto ausente, estabelecendo comparações entre o real e o imaginário. Esta assimilação ocorre por analogia. A criança tem a preocupação de imitar os jogos dos outros, aplicando as regras segundo a sua vontade, embora exista uma tendência para se submeter às convenções. Como implica uma representação, o jogo simbólico não existe no animal só aparecendo na criança por volta do segundo ano de vida. Mas quando o símbolo vem do jogo de exercício sensório-motor, não o suprime, subordina-se. Afasta-se do simples exercício pois as suas funções de compensação, de realização de desejos e de conflitos adicionam-se ao prazer de se sujeitar ao real.

Assim, Piaget classifica o jogo simbólico segundo os mesmos princípios da classificação anterior, segundo a própria estrutura dos símbolos. O esquema simbólico, ou a reprodução de um esquema sensório-motor fora do seu contexto habitual, marca a transição entre o jogo de exercício e o jogo simbólico manifestando capacidades de evocar a tarefa na ausência do objectivo, mesmo na ausência de qualquer suporte material. Deste modo separa o jogo simbólico em três fases. Assume-se a nomenclatura utilizada por Piaget (1972, 1990) de modo a que a compreensão seja facilitada conforme exemplificado na figura 4.2.

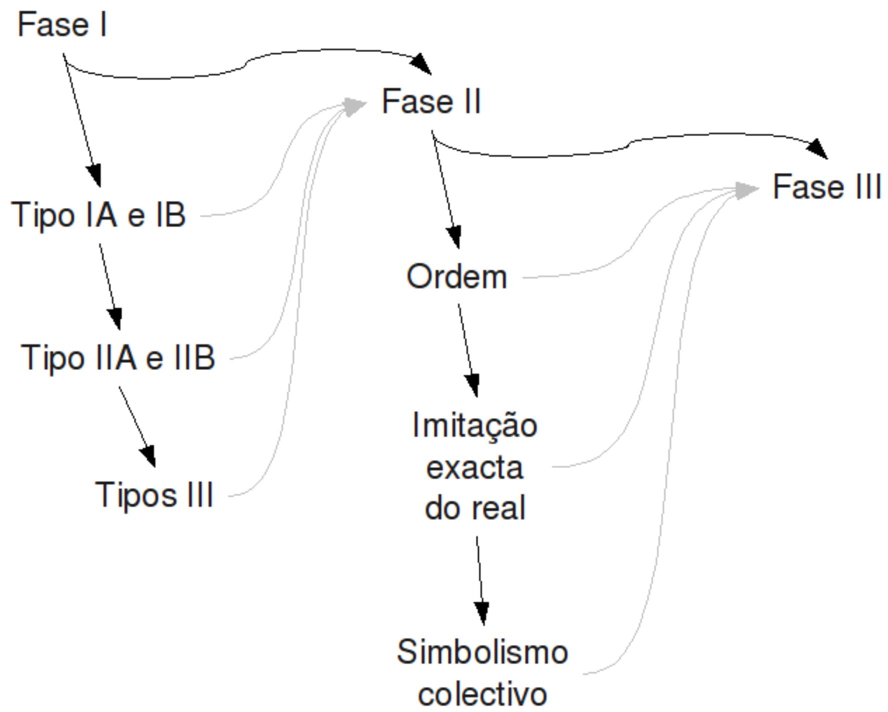


Figura 4.2: Evolução e sequência das classes do jogo simbólico.

Na fase I, o primeiro tipo é a projecção dos esquemas simbólicos nos objectos novos (I A) situação em que graças ao jogo de correspondências o indivíduo atribui a outros ou a materiais os esquemas familiares. Um segundo tipo que complementa esta fase é a projecção de esquemas e imitação em novos objectos (I B), ainda uma projecção dos esquemas simbólicos mas agora em objectos imitados e já não directamente à acção do indivíduo.

Ainda na fase I pode-se caracterizar a sua evolução primeiro por uma forma a que se chama assimilação simples de um objecto a outros (II A), assimilação essa já implícita nos tipos anteriores nas o modo directo como se relacionam servem de pretexto para o jogo, e por outra que se denomina assimilação do corpo do sujeito ao de outrem ou a qualquer objecto (II B) o que vulgarmente se chama de jogo de imitação. Para finalizar esta fase existem ainda os tipos III que genericamente podem ser denominados como combinações simbólicas, existindo simultaneamente com os tipos II e mesmo com os tipos

I, mesmo assim Piaget separa-os em combinações simples (III A) prolongamento simples dos tipos II. Na assimilação do real por intermédio da ficção os jogos prolongam-se para as combinações compensatórias (III B) quando um acto proibido é reproduzido num jogo de ficção. Para além disso podem-se ainda caracterizar as combinações liquidantes (III C) em que a criança compensa situações desagradáveis revivendo-as mediante uma transposição simbólica ou mesmo quando antecipa situações de desobediência.

Numa segunda fase os jogos simbólicos entram em declínio, não que percam o seu interesse, ou que a criança deixe de os jogar, mas a aproximação do objecto ao real limita o carácter lúdico passando a representar uma imitação da realidade. Nesta fase encontram-se três características; a ordem relativa às construções em oposição à desorganização dos tipos III da fase I, a preocupação crescente com a imitação exacta do real; o início do simbolismo colectivo, ou seja a diferenciação dos papéis de cada um sendo característica também da passagem do egocentrismo para a reciprocidade.

Na terceira fase, o simbolismo entra definitivamente em declínio em proveito dos jogos de regras ou das construções simbólicas mais próximas do que se designa comummente por trabalho. Nesta fase dá-se um reconhecimento de uma necessidade de socialização.

A terceira estrutura foi a mais observada. Esta terceira forma de jogo marca a transição entre a actividade individual e a actividade sociabilizada. Esta última categoria sobrepõe-se às anteriores pois pressupõe relações sociais ou interacções pessoais. Este tipo de jogo subsiste e desenvolve-se durante toda a vida da criança.

4.4 O jogo de regras

No contexto do jogo a regra é uma regularidade imposta por alguém ou pelo grupo e a sua violação pressupõe uma sanção. Assim um jogo com regras pressupõe elementos das categorias anteriores mas apresentam a regra como elemento novo. É assim a actividade lúdica do indivíduo socializado.

Para além dessa regularidade, na regra existe uma noção de obrigação mas mesmo a regra está sujeita a uma classificação em dois grandes blocos: as transmitidas e as espontâneas. As regras transmitidas são as consideradas institucionais sendo impostas por pressões sociais. As regras espontâneas derivam da socialização e das interacções entre pares. Estes jogos de regras são praticamente os que subsistem na idade adulta e para Piaget "explicam, simultaneamente, tanto o declínio do jogo infantil e, depois, principalmente, de símbolo fictício" (1990, p. 187).

> Um simples ritual sensório-motor, como o de caminhar ao longo de uma vedação de madeira tocando com o dedo em cada uma das tábuas, não constitui uma regra, dada a ausência de obrigação, e implica no máximo um sentido de regularidade (Piaget, 1990, p. 148).

É, na verdade o abandono do jogo egocêntrico.

Assim, Piaget define três etapas na evolução da prática e na consciência da regra.

A primeira etapa é a fase da *anomia*. Até aos 5-6 anos a criança não segue regras colectivas, pode interessar-se pelo jogo, pelo material do jogo, mas unicamente para satisfazer os seus interesses motores ou as suas fantasias, não existindo nenhum significado na actividade colectiva. A segunda etapa é a da I onde já existe um interesse em participar em actividades colectivas e com algumas regras, passa de uma fase onde dita as regras, para uma fase onde segue fielmente as regras não permitindo qualquer interferência nem alteração, salvo para seu próprio interesse onde se nota a alteração de regras, sem consulta prévia ao adversário. A terceira etapa é a da *autonomia* que corresponde à concepção adulta do jogo. Nesta fase o respeito pelas regras é compreendido como um respeito pelo acordo mutuo dos jogadores.

Quanto aos diferentes níveis de consciência da regra pode-se esquematizar cronologicamente os estudos de Piaget, as características encontradas, conforme os estádios da sua prática e explicitadas na tabela 4.1. A sua contribuição ao apontar os diferentes níveis de consciência da regra relacionados com as estruturas do jogo foi importante para se entender a importância do jogo no desenvolvimento da criança.

Tabela 4.1: O jogo e os diferentes tipos de regras para Piaget.

Estádio da pratica da regra	Faixa etária (em anos)	Classe de jogo	Tipo de regra	Nível de Consciência da regra
Período sensório-motor	0-2	Exercício	Não coerciva	Regra motora
Período pré-operatório	2-6	Simbólico	Coerciva	Egocentrismo
Período de operações concretas	7-11	Regra	Sacralização	Cooperação
Período operatório formal	11-16	Regra	Codificada	Alta cooperação

Através das brincadeiras e do jogo as estruturas mentais da criança vão sendo construídas. O exercício representa as primeiras manifestações motoras e cognitivas; o símbolo representa a tentativa de resolução dos problemas pendentes da vida real, e as regras representam os primeiros passos rumo à socialização, assim o desenvolvimento do jogo evolui a partir de processos puramente individuais e de símbolos privados que derivam da estrutura mental da criança.

Piaget procurou, com a sua análise, focar a evolução da construção semiótica no brinquedo, desde os exercícios simples, pela imitação, passando pelo predomínio simbólico até chegar às regras. A partir desta análise, entendeu que o jogo se destacava pelas possibilidades de transformação fictícia da realidade num sistema de significantes construídos pela criança. O jogo característico de dada classe decorre da estrutura de pensamento e assume forma própria de acordo com o desenvolvimento cognitivo. Um tipo de jogo engloba o outro.

4.5 Relação entre a aprendizagem e o desenvolvimento

Vygotsky (segundo Moll, 1996) aponta que por intermédio do jogo, a criança aprende a agir numa esfera cognitivista. Sendo livre na determinação das suas acções, o jogo estimula a curiosidade e a auto-confiança, proporcionando o desenvolvimento de vários factores como a linguagem, o pensamento e a concentração. Os jogos são assim um constante desafio a estas capacidades.

Vygotsky utiliza o conceito de *Zona de Desenvolvimento Proximal* (ZDP) para designar a zona em que o indivíduo ultrapassa o seu potencial para a aprendizagem, tendo em conta o ambiente social em que a aprendizagem é efectuada. É nesta ZDP que os jogos se desenvolvem (Moll, 1996), pois permitem que, por intermédio do acto de jogar, se ultrapasse o potencial individual de forma subtil. Jogar, para Vygotsky "promove o conhecimento dos objectos e do seu uso, o conhecimento de si próprio e dos outros" (Alsina, 2004, p. 6). Para além disso argumenta que "a influência do jogo no desenvolvimento da criança é enorme" (Vygotsky citado por Bishop, 1991, p. 43).

Para Vygotsky (1989) todas as concepções existentes sobre a relação entre a aprendizagem e o desenvolvimento da criança são reduzidas a três posições teóricas que se encontram sintetizadas na tabela 4.2:

Tabela 4.2: Grandes posições teóricas sobre a relação entre a aprendizagem e o desenvolvimento e sua fundamentação.

Pressupostos	Fundamentação
Os processos de desenvolvimento da criança são independentes da aprendizagem.	A aprendizagem é um processo puramente externo. Admite-se que processos como dedução, compreensão, domínio das formas lógicas e o domínio da lógica abstracta ocorrem sem a influência a aprendizagem escolar. O desenvolvimento é visto como um pré-requisito para a aprendizagem, mas nunca como resultado. Os ciclos de desenvolvimento precedem os ciclos de aprendizagem.
A aprendizagem é desenvolvimento.	O desenvolvimento é visto como o domínio dos reflexos condicionados. O desenvolvimento é visto como elaboração e substituição de respostas inatas. Os processos de desenvolvimento e de aprendizagem ocorrem simultaneamente.
Tenta superar os extremos das duas teorias anteriores combinando-as.	O desenvolvimento baseia-se em dois processos diferentes, mas relacionados: a maturação e a aprendizagem.

Embora rejeite cada uma das posições teóricas, Vygotsky baseia-se nas suas ideias mas constitui dois tópicos separados. O primeiro aborda a relação entre a aprendizagem e o desenvolvimento, o segundo, os aspectos específicos dessa relação durante a idade escolar.

A aprendizagem inicia-se muito antes da criança entrar na idade escolar. Ao iniciar a aprendizagem de conceitos matemáticos a criança já teve de lidar com operações e experiências com quantidades, consequentemente já existe uma matemática pré-escolar, aprendizagem essa que difere de criança para criança baseada nas suas vivências particulares. Para tornar claras as regras da aprendizagem, Vygotsky baseou-se nas teorias de Koffka, alargando essa diferença entre a aprendizagem não sistemática que a criança adquire fora da escola e a aprendizagem sistemática que a escola promove: a ZDP.

4.6 O trabalho de Dienes com o jogo

Zoltan Paul Dienes (1916-) é um matemático húngaro defensor da Matemática Moderna, uma abordagem ao ensino e aprendizagem da matemática por intermédio de jogos, da dança e da música de modo a torná-la (a matemática) mais atraente para as crianças, mas nunca descurando o seu lado mais formal. Foi o criador de vários materiais para o ensino da matemática sendo um deles os Blocos de Dienes.

Para Dienes (2004), qualquer jogo tem um ponto de partida, um conjunto de regras e critérios para definir quando acaba, com base nestas constatações defende que qualquer estrutura matemática pode conduzir facilmente à construção de um jogo. Não propunha assim alterações a nível dos conteúdos, mas sim a nível da metodologia adoptada, principalmente no ensino pré-escolar e no ensino básico afirmando que as noções fundamentais de aquisição de conhecimento matemático por intermédio do jogo passam por três etapas conforme apresentado na tabela 4.3.

Tabela 4.3: Etapas da construção do conhecimento matemático por intermédio do jogo baseadas em Dienes (2004).

Fase do jogo	Descrição
Invenção ou aprendizagem do jogo	A criança tenta e ensaia várias alternativas. Esta actividade está enraizada no que Piaget denominou de actividade exploratória da criança, comummente chamada de *tentativa e erro*.
Fase de jogar	A criança domina as regras e liga os acontecimentos entre si.
Transformação do jogo	A criança explora com mestria a actividade.

No início do jogo a criança só obedece às restrições do próprio material. No decorrer da experiência dá-se a passagem para a imposição de restrições não inerentes ao material sendo o início da fase da invenção ou da aprendizagem do jogo que após a criança perceber as regras avança para a segunda fase de jogar. Como as crianças são inventivas por natureza, alteram as regras quer para tornar o jogo mais agradável, quer para corrigir novidades atingindo assim a última fase de transformação do jogo num novo, voltando assim à fase inicial da exploração.

Apoiando-se nas teorias de Piaget, Dienes sugere actividades lúdicas estruturadas em três dimensões: as estruturas como método de classificação, a análise e críticas às regras e a utilização da classificação e da análise. Mas defende que o jogo matemático é uma ferramenta útil quando a criança trabalha na estrutura, pois só assim parte para a abstracção.

Dienes, tal como Bruner, defende que a criança adquire uma aprendizagem mais significativa se lhe for ensinada a estrutura da matemática. Propôs actividades que tomavam em linha de conta as estruturas matemáticas envolvidas no processo de aquisição do conhecimento bem como nas capacidades lógico-matemáticas. Actividades essas resumidas na tabela 4.4.

Tabela 4.4: Interpretação das etapas para a aprendizagem e conteúdos matemáticos preconizados por Dienes (2004).

Etapas do jogo	Etapas matemáticas
Jogo livre	Tentativa e erro.
Jogos estruturados por regras	Operacionalização das operações
Comparação de jogos	Problemas semelhantes
Representação gráfica dessa comparação	Representação gráfica e algoritmos
Invenção de uma linguagem	Notação matemática
Axiomatização	Axiomatização

O trabalho de Dienes, principalmente no Brasil provocou uma mudança no Movimento da Matemática Moderna do conteúdo para a metodologia conforme salientou D'Ambrósio (Bonafé, s.d.) acreditando-se que estes trabalhos eram uma alternativa "contra os abusos que se cometiam em nome do MMM, como um ensino sempre voltado para Teoria dos conjuntos e abstrações que os alunos, muitas vezes, não tinham maturidade para aprender."(Bonafé, s.d., pág. 2).

Uma das críticas associadas aos trabalhos de Dienes, não retirando contudo os seus méritos, e especialmente à utilização de jogos e materiais manipuláveis nas aulas de Matemática centra-se na questão da aprendizagem, pois durante os jogos apareciam conteúdos matemáticos e não os processos pelos quais as crianças os atingiam, os professores acusavam assim Dienes de repetir o modelo convencional de ensino tendo como fim a axiomatização dos conteúdos sustentados pela lógica, o que poderia ser precoce para muitas destas crianças nestas faixas etárias. Existe assim uma noção permanente da acção da criança sobre os objectos, mas com um fim muito estruturado (Grossi citada por Fisher, 2006, pp. 104-105).

No capítulo seguinte abordam-se todas as questões metodológicas na construção do estudo, nomeadamente a construção e elaboração de materiais e de testes.

Capítulo 5

Metodologia da investigação

Nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática as estratégias utilizadas desempenham um grande papel, existindo uma preocupação no aprofundamento do seu estudo, neste caso, dos processos relacionados com o jogo. As questões que se procuram aprofundar nesta dissertação são:

1. Desenvolver metodologias de ensino que permitam a utilização de jogos na aula de matemática do 1º Ciclo do Ensino Básico (1º CEB).

2. Verificar os conhecimentos adquiridos por alunos de 1º CEB recorrendo a estratégias com a utilização do jogo.

3. Identificar os principais níveis de competências matemáticas favorecidas pelo ensino e aprendizagem com recurso a jogos.

   Dentro do terceiro objectivo, pretende-se ainda verificar a existência de diferenças entre sexos.

Neste sentido, desenvolveu-se um conjunto de jogos construidos com o intuito de provocar alterações na aquisição e compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos na investigação (ver desenvolvimento no capítulo 6) e elaborou-se uma estratégia para os aplicar em alunos do 1º CEB em seis sessões de trabalho ao longo de cinco semanas. Numa primeira abordagem efectuou-se um estudo (chamado estudo inicial) que por não atingir os objectivos da investigação foi reformulado, dando origem ao estudo principal.

Para analisar o impacto desta estratégia nos conhecimentos e capacidades adquiridas pelos alunos foram elaborados testes como forma de recolha de dados que pudessem ser comparados, baseados num desenho de investigação quase experimental com pré-teste e pós-teste de modo a obter dados que pudessem ser utilizados estatisticamente. Com base nos resultados dos alunos ainda se pretendia verificar quais os conceitos ou competências mais favorecidos pela estratégia de utilização de jogos didácticos e de que forma essa estratégia se alterava em relação ao sexo dos alunos.

5.1 O estudo inicial

Este estudo desenvolveu-se no ano lectivo de 2004/2005 no 1º CEB durante o final do 1º período (Dezembro de 2004) e a interrupção lectiva do Carnaval (Fevereiro de 2005). Decorreu sob a supervisão do investigador baseado na noção da pertinência da criação de estratégias alternativas aos modelos convencionais em uso para o ensino e aprendizagem da Matemática.

Elaborou-se um desenho de investigação quase experimental com dois grupos de estudo (experimentais) e um grupo de controlo sendo verificados os dados num esquema de pré-teste e pós-teste conforme indicado na figura 5.1.

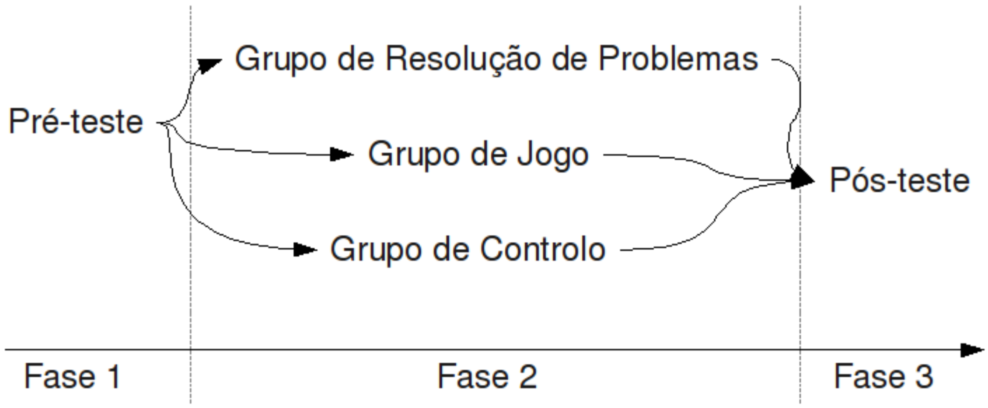


Figura 5.1: Desenho do estudo inicial com as três fases da investigação.

As 70 turmas envolvidas no estudo situavam-se em várias zonas do país num total de 1700 alunos. Durante um período de três meses, todos os alunos desempenharam as actividades propostas. Para o estudo só foram validados os resultados dos que estiveram presentes nas três fases da investigação, sendo os restantes eliminados. Restando assim um grupo de 1325 alunos, 78% do grupo inicial.

A distribuição da população do estudo está referida na tabela 5.1.

Tabela 5.1: Agrupamento dos participantes no estudo inicial, por grupos e por anos.

Grupo	1º ano	2º ano	3º ano	4º ano	Total
Grupo experimental (Resolução de Problemas)	98	203	84	62	447
Grupo experimental (Jogo)	67	160	176	99	502
Grupo de controlo	59	117	105	95	376
Totais	224	480	365	256	1325

Na primeira fase do estudo efectuaram-se pré-testes a todos os participantes. Os alunos foram repartidos com base na mediana dos resultados de todos os testes, classificando os alunos entre o grupo que estava abaixo da mediana e o grupo que obteve classificações acima da mediana.

A segunda fase da investigação decorreu durante seis semanas desenvolvendo-se neste espaço de tempo jogos com os alunos dentro e fora da aula para o grupo experimental do jogo, para o grupo experimental de resolução de problemas desenvolveram-se actividades centradas exclusivamente na resolução de situações problemáticas e o grupo de controlo desenvolveu actividades semelhantes às realizadas em aula com o professor titular de cada grupo (os exercícios propostos seguiram a mesma linha utilizada pelo professor). A terceira fase foi concluida com a realização de pós-testes com o intuito de verificar, por intermédio de testes t de Student diferenças entre as médias de resultados de cada grupo.

A análise efectuada aos resultados baseou-se, numa fase inicial, nos coeficientes de correlação momento-produto de Pearson, demonstrando uma fraca correlação entre os resultados dos testes (variando entre 0 e 0,52), mesmo tendo-se validados os testes por vários professores de 1º CEB e não tendo sido detectadas deficiências na construção dos mesmos para cada um dos anos, nem conseguindo justificação para um desfazamento tão grande dos resultados visto os testes serem bastante semelhantes na forma e no conteúdo.

Presumiu-se, com base nas validações e e após várias conversas com os vários professores dos grupos envolvidos na investigação, que os testes não tinham sido aplicados na melhor altura do ano lectivo. Numa tentativa de perceber o que se passou, começou-se a eliminar os resultados que à partida eram incongruentes, por exemplo: um aluno que obtivesse cotação máxima no pré-teste dificilmente teria zero no pós-teste visto os conteúdos e a abordagem aos mesmos serem idênticas.

Após eliminar perto de 75% da população do estudo, os valores do coeficiente de correlação momento-produto de Pearson aumentaram significativamente para valores na ordem de 0,9 (correlação muito forte). Não conseguindo argumentar sobre a razão da eliminação de tão grande parte da população do estudo, comprometendo parcialmente os objectivos da dissertação e detectando falhas graves na concepção do estudo, tornou-se necessário verificar que as indicações de efeitos positivos apontados poderiam ser replicados com um desenho de investigação que permitisse responder de forma sustentável aos objectivos.

5.2 O desenho do estudo principal

Tendo como referência a experiência adquirida através do estudo inicial, desenvolveu-se assim o estudo principal de modo a responder aos objectivos enunciados da investigação.

Foram assim seleccionadas duas turmas de terceiro ano de escolaridade e submetidas durante cinco semanas ao estudo no final do ano lectivo de 2005/2006 (Junho e Julho de 2006). A escolha deste ano de escolaridade prendeu-se com a altura do ano em que seriam realizados. Se fossem realizadas com alunos do quarto ano as provas de aferição poderiam enviezar os dados de algum modo. Assumiu-se assim o risco de estudar alunos que estão em fase de transição para o quarto ano de escolaridade.

Não podendo seleccionar os alunos de forma aleatória para o estudo, pois a instituição onde a recolha de dados foi efectuada não permitiu a separação dos grupos e não existindo dados para verificar se as turmas foram construídas inicialmente de forma aleatória, utilizou-se o desenho do grupo de controlo não-equivalente representado na figura 5.2. Onde o O_1 representa o grupo de estudo e O_3 o grupo de controlo.

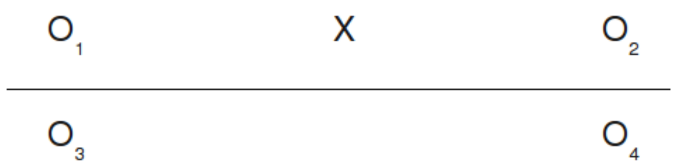


Figura 5.2: Desenho do estudo principal, com base em grupo de controlo não equivalente.

Os procedimentos deste desenho são os mesmos do desenho verdadeiramente experimental, de modo a controlar o problema do enviesamento provocado pela não separação dos alunos a utilização de um pré-teste para demonstrar a equivalência inicial dos dois grupos é necessária, acrescentando-se neste caso também um emparelhamento dos elementos dos dois grupos em estudo.

Os testes utilizados foram baseados nas *Provas de Aferição de Matemática* utilizadas pelo GAVE desde 2000 a 2005 a alunos do 1º CEB. Estes conceitos e competências são considerados como fundamentais para a conclusão do 1º CEB, fornecendo indicadores das aprendizagem no que diz respeito à *compreensão de conceitos e procedimentos*, *capacidade de resolução de problemas*, *capacidade de raciocínio* e de *comunicação matemática*, cobrindo os quatro blocos enunciados no Currículo Nacional para o Ensino Básico.

Antes da aplicação dos testes e das sessões, realizaram-se várias reuniões com a direcção da instituição e com os professores titulares das turmas envolvidas, tendo em vista a definição e esclarecimento de todas as variáveis envolvidas num estudo desta natureza. Acertou-se também a calendarização do estudo, bem como a forma como as sessões se realizavam (fora do período lectivo).

Para realizar o objectivo 1 foram realizadas seis sessões para cada grupo que ocorreram num período de cinco semanas. Durante estas sessões foram implementadas actividades, cujo conteúdo será objecto de discussão no capítulo seis. A planificação de cada sessão está explicitada nos anexos 5 e seguintes e foi cumprida.

Para realizar o objectivo 2 foi efectuada uma análise estatística dos resultados dos testes utilizando o teste t de Student.

Para realizar o objectivo 3 foi efectuada uma análise estatística dos resultados dos testes utilizando o teste t de Student e o teste de Wilcoxon.

5.3 Definição operacional e combinação das variáveis

Como forma de estruturar os resultados da investigação e da sua recolha de dados foi levantada a hipótese dos resultados dos alunos aumentarem com a utilização de jogos didacticos como estratégia de ensino e de aprendizagem da matemática esperando-se assim que os alunos do grupo de estudo (grupo de alunos que utilizou os jogos como estratégia de ensino e de aprendizagem) obtivessem melhores resultados aos alunos do grupo de controlo.

As variáveis a considerar para este estudo são:

- Variável independente: Dividida em dois níveis, grupo de estudo e grupo de controlo.

  Esta variável discreta indica o valor medido na investigação para determinar a sua relação com o fenómeno descrito. Estes dois níveis foram operacionalmente definidos com base na estratégia utilizada para abordar o conceito, ou conjunto de conceitos.

- Variável dependente: Resultados dos testes aplicados.

  Esta variável está definida pela classificação obtida pelos alunos, utilizando a comparação das médias dos resultados entre o pré-teste e o pós-teste.

- Variável moderadora: Sexo.

  Este tipo de variável independente, ou variável independente secundária foi seleccionada para determinar se afecta ou não a relação entre as variáveis descrita anteriormente.

- Variável interveniente: Aprendizagem.

  Esta variável enuncia o que se pretende investigar através da manipulação das variáveis anteriores. É um factor que não pode ser observado nem manipulado mas unicamente inferido a partir dos efeitos das restantes variáveis.

A combinação das várias variáveis foi estudada para responder aos objectivos enunciados para este estudo. Cada variável foi tomada em consideração e escolhida pela sua relevância.

Para a variável moderadora, dados estudados por Bright, Harvey e Wheeler (1995) indicam a não existência de diferenças significativas entre raparigas e rapazes; resultados diferentes são apresentados pelo OCDE/PISA (GAVE, 2002) que indicam que rapazes e raparigas nestas faixas etárias podem demonstrar diferenças significativas na aquisição de conceitos e conteúdos matemáticos, Os resultados deste estudo em Portugal apontam para uma diferença favorável aos rapazes estatisticamente significativa. Assim, em cada grupo, o sexo foi tido em consideração para a análise dos dados.

5.4 Participantes

Este estudo foi iniciado com 48 alunos do terceiro ano de escolaridade. Todos os alunos frequentavam de forma regular a mesma escola, na zona da Margem Sul do Tejo. É uma escola de ensino particular e cooperativo frequentada por cerca de 800 crianças e tem valências desde a Creche ao Ensino Secundário.

Ao escolher uma só escola procurou-se homogeneizar o mais possível o desenvolvimento da investigação e o envolvimento dos grupos assegurando as mesmas condições em termos de instalações e material didáctico.

Os professores titulares das turmas tomaram parte da investigação como conselheiros sobre os temas e conteúdos a trabalhar. Contribuiram também para validar os itens constantes das duas provas a que os alunos forma submetidos.

Os alunos foram separados em duas turmas. Uma parte formou o *grupo de estudo* e foram submetidos a uma estratégia de ensino e de aprendizagem da Matemática com base em jogos didácticos, a outra parte formou o *grupo de controlo* e desenvolveram actividades com jogos (de modo a que todos tivessem conhecimento do material utilizado durante a investigação), mas sem nenhuma intencionalidade educativa (sem conteúdos definidos *a priori*).

5.5 Sessões de trabalho

As sessões com jogos foram variadas tendo em conta a participação dos alunos e o tempo limite disponibilizado (uma hora para cada sessão). Algumas vezes foi importante alterar a metodologia de modo a adaptar o que estava planificado à realidade da actuação, no seguimento de dúvidas e propostas dos próprios alunos. Foram utilizados vários materiais para a construção de alguns dos jogos, outros foram adaptados com base em material disponível.

A operacionalização das sessões foi posta em prática com duas sessões por semana, sendo a quinta e sexta sessão do grupo de estudo simultânea com as duas primeiras sessões do grupo de controlo conforme se verifica no cronograma das sessões da figura 5.3.

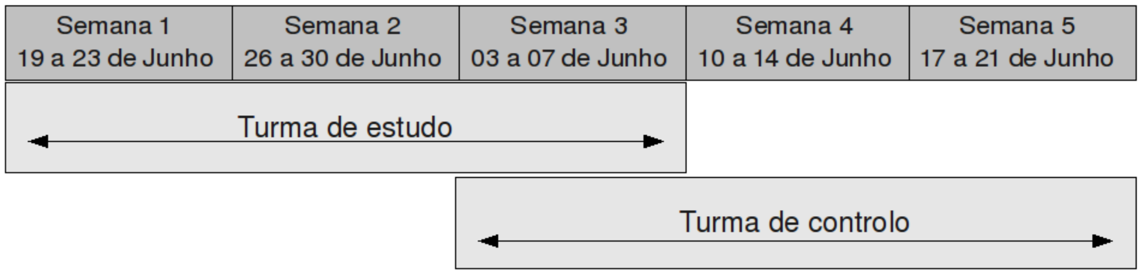


Figura 5.3: Organização das sessões durante as cinco semanas do trabalho de campo.

5.6 Construção dos testes

Para realizar os objectivos 2 e 3 foi elaborado um teste de conteúdos matemáticos foi aplicado uma primeira vez a cada aluno das duas turmas (pré-teste, anexo 1), e outra vez no final (pós-teste, anexo 2).

Estes dois testes foram elaborados pelo investigador com base na selecção de questões das provas de aferição para o 1º CEB realizadas pelo GAVE entre 2000 e 2005. As razões que justificam a utilização de enunciados das referidas provas de aferição são a sua credibilidade, âmbito e objectivos. Foram validados por vários professores incluindo os professores titulares das duas turmas, verificando-se que avaliam as capacidades e as competências a que se propõem, bem como a sua estrutura.

Ambos os testes tinham a duração de 45 minutos e efectuados na própria folha da prova.

A tabela 5.2 resume as capacidades matemáticas e o nível de competência matemática dos alunos, nível esse baseado na organização de competências utilizada no PISA (Gave, 2002), de acordo com o tipo de capacidades de pensamento.

Tabela 5.2: Níveis de competências matemáticas baseadas no PISA (GAVE, 2002).

Nível de Competências	Características
1. Reprodução, definições e cálculo	Conhecimento de conceitos, sua representação e propriedades. Desempenho de procedimentos de rotina, aplicação de algoritmos. Aptidões técnicas.
2. Conexões e integração	Conexões entre conteúdos e domínios diferentes. Envolve a resolução de problemas simples. Distinção e relação de informações. Descodificação e interpretação da linguagem simbólica e formal. Resolução de problemas em contexto.
3. Matematização, pensamento matemático, generalização e *insight*	Reconhecer e extrair a matemática implícita na situação. Resolução, análise, interpretação e modelação matemática. Pensamento crítico, análise e reflexão.

Cada teste continha nove questões com uma estrutura semelhante às provas de aferição. Os testes comportavam questões dos vários níveis de competências acima referidos que ao mesmo tempo envolvem as quatro áreas dos conhecimentos: *números e cálculo*, *grandezas e medidas*, *forma e espaço* e *organização e recolha de dados*. Os itens das provas apresentam-se sob a forma de questões de escolha múltipla, para completar, de resposta curta e de desenvolvimento conforme estrutura apresentada na tabela 5.3. e nas tabelas 5.4. e 5.5. seguintes, demonstrativas da estrutura dos testes.

Tabela 5.3: Percentagem de cada nível de competências matemáticas a observar nos testes.

Nível de competência	Percentagem aproximada
1	44%
2	33%
3	22%

Esta estrutura pretendeu-se representativa dos vários níveis de competências matemáticas sem descurar nenhuma. A distribuição dos níveis nunca poderia ser uniforme e equitativa pois estes níveis também não estão representados de forma uniforme, nem nas práticas lectivas diárias dos alunos, nem no currículo escolar.

Tabela 5.4: Estrutura do pré-teste separado por nível de competência matemática.

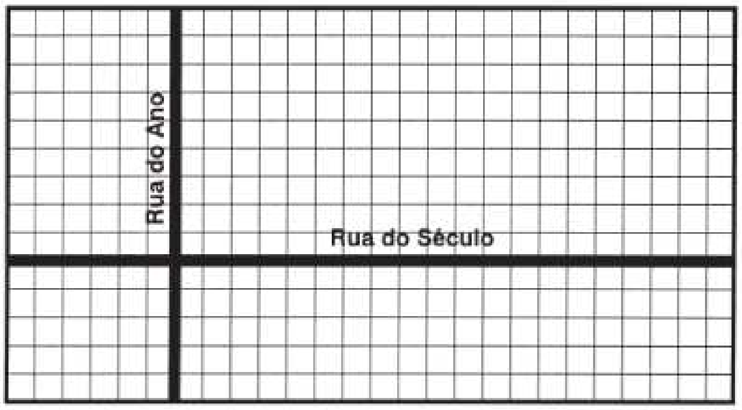
Questão	Área de conhecimento	Objectivo	Cotação do GAVE	%
		Nível de Competência 1		
1.	Forma e Espaço	Desenhar uma linha oblíqua e identificá-la.	3	10
6.	Grandezas e Medidas	Calcular a área de figuras dando uma unidade de referência.	4	14
8.	Números e Cálculo	Assinalar múltiplos de um número.	3	10
9.	Números e Cálculo	Decomposição de um número.	1	3
		Nível de Competência 2		
2.	Números e Cálculo	Completar uma sequência numérica.	2	7
3.	Forma e Espaço	Identificar e contar figuras específicas de um desenho.	3	10
5.	Números e Cálculo	Identificar um número a partir de um conjunto de instruções.	4	14
		Nível de Competência 3		
4	Números e Cálculo	Resolução de problemas com combinações.	5	17
7	Forma e Espaço	Descrever um sólido não utilizando certas palavras-chave.	4	14
Total			29	100

Tabela 5.5: Estrutura do pós-teste separado por nível de competência matemática.

Questão	Área de conhecimento	Objectivo	Cotação do GAVE	%
		Nível de Competência 1		
1.	Forma e Espaço	Localização de pontos equidistantes.	2	11
6.	Grandezas e Medidas	Calcular a área de uma figura dando uma unidade de referência.	2	11
8.	Números e Cálculo	Identificar múltiplos de um número.	1	5
9.	Números e Cálculo	Decomposição de um número.	1	5
		Nível de Competência 2		
2.	Números e Cálculo	Completar uma sequência numérica.	2	11
3.	Forma e Espaço	Identificar as formas geométricas constituintes de um sólido.	2	11
5.	Números e Cálculo	Identificar um número a partir de um conjunto de instruções.	2	11
		Nível de Competência 3		
4	Números e Cálculo	Resolução de problemas numéricos.	3	16
7	Forma e Espaço	Descrever um sólido não utilizando certas palavras-chave.	4	21
Total			19	100

Assim os testes continham questões dos vários níveis de competências conforme se exemplifica na figura 5.4 onde para uma questão de nível 1 de competência o aluno necessita de ter conhecimento dos conceitos de recta paralela, perpendicular e oblíqua (conhecimento de conceitos), traçá-las e identificá-las de acordo com o solicitado no enunciado (desempenho de procedimentos de rotina, aptidão técnica).

1. Completa o mapa da figura, de acordo com as instruções:



Desenha no mapa a *Rua do Tempo*, paralela à *Rua do Ano*. Escreve o seu nome.

Desenha a *Rua da Hora*, que não pode ser paralela nem perpendicular à *Rua do Século*. Escreve o seu nome.

Figura 5.4: Questão 1 do pré-teste, que envolve competências de nível 1.

Como exemplo de uma questão de nível 2 de competência pretende-se que o aluno apele a conhecimentos numéricos mais complexos do que a simples aplicação de um algoritmo pré-definido. Envolve já resolução de problemas simples e uma distinção e relação entre as informações fornecidas no enunciado bem como uma descodificação da linguagem matemática conforme exemplificando na figura 5.5.

5. Um número:

É maior que 10 e menor do que 30;

A soma dos seus algarismos é 8;

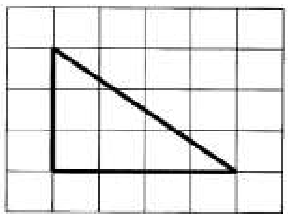
É par.

Qual é esse número? ________________________

Figura 5.5: Questão 5 do pós-teste, que envolve competências de nível 2.

Para as competências de nível 3 as questões envolvem actividades cognitivas mais elaboradas, exigindo a organização da informação, estabelecer relações com o conceito já conhecido e a redacção de conceitos matemáticos em linguagem corrente, o que promove um grau mais elevado de matematização do que somente a operacionalização e a relação entre conceitos simples, conforme ilustra a figura 5.6.

7. Observa a figura desenhada no quadriculado.



O teu amigo João não viu esta figura, mas tu vais dizer-lhe, sem usares as palavras triângulo nem triangular, como a pode desenhar num quadriculado igual a este.

Escreve tudo aquilo que dirias ao teu amigo João.

Figura 5.6: Questão 7 do pós-teste, que envolve competências de nível 3.

O material utilizado durante os testes foi lápis, borracha e apara-lápis. Não foi permitida a utilização de folhas de rascunho nem de calculadora. Não foi concedido qualquer tempo suplementar. O acesso às salas, durante a realização das provas, foi limitado ao investigador, ao professor titular e aos órgãos de gestão da instituição.

Após a sua conclusão, os testes foram recolhidos pelo investigador procedendo-se então à sua classificação. Os dados resultantes dessa classificação foram codificados e constituiu-se uma base de dados informatizada.

O nível de aproveitamento obtido pelos alunos foi determinado a partir dos resultados dos testes e classificados numa escala de 100 pontos pelo investigador seguindo os critérios de avaliação publicados pelo GAVE para cada uma das questões escolhidas (anexos 3 e 4).

Esta escala de 100 pontos foi encontrada por intermédio de uma regra de três simples entre o total dos pontos atribuídos pela classificação do GAVE e a escala de 100 pontos pretendida, por exemplo, se o aluno tiver 18 pontos o seu nível de aproveitamento obtido através da regra de três simples será de:

$$\frac{29}{18} = \frac{100}{x}$$

$$x = (18 \times 100) \div 29$$

$$x = 62$$

Após a realização dos pré-testes foi efectuado um teste estatístico para corroborar a fiabilidade dos testes utilizados. Para esse efeito efectuou-se com recurso a *software* específico de estatística (SPSS versão 16 e R versão 2.6.2) testes de fiabilidade recorrendo ao *alpha* de Cronbach, ao coeficiente de correlação do momento-produto de Pearson, a estatística descritiva e a um teste t de Student para amostras emparelhadas.

5.7 Formação dos grupos

5.7.1 Diferenças entre as turmas

A escolha de qual das turmas seria a turma de estudo e qual a turma de controlo foi efectuada de forma aleatória, tendo sido sorteada a turma A como de controlo e a turma B como de estudo. A caracterização das duas turmas está representada na tabela 5.6.

Tabela 5.6: Número de alunos das turmas envolvidos no estudo.

	Turma de Controlo	Turma de Estudo
Rapazes	12	14
Raparigas	12	10
Totais	24	24

As duas turmas constituem grupos homogéneos, quanto às idades tendo todos oito anos à excepção de uma rapariga na turma A que só fez oito anos em Agosto e um rapaz da turma B com nove anos feitos uma semana antes da investigação se iniciar. Estas duas turmas estão juntas desde o primeiro ano de escolaridade, tendo uma grande maioria estado juntos também no pré-escolar, sempre na mesma instituição. Os professores também os acompanham desde o primeiro ano de escolaridade.

Os resultados globais do pré-teste são indicados na tabela 5.7.

Tabela 5.7: Estatística descritiva dos resultados do pré-teste a ambas as turmas.

N	Média	Desvio-padrão	Mínimo	Máximo
48	50%	15%	21%	93%

Os dados referentes ao *alpha* de Cronbach são de $0,707$ sugerindo a validade dos testes, tal como os dados referentes ao coeficiente de correlação do momento-produto de Pearson que assumem valores de 0,576 com um nível de significância de 0,003. Assumindo assim que existe uma correlação entre as médias dos resultados dos dois testes.

A distribuição dos resultados por turma é a seguinte, apresentada na tabela 5.8.

Tabela 5.8: Estatística descritiva dos resultados do pré-teste em cada turma.

Grupo	N	Média	Desvio-padrão	Mínimo	Máximo
Controlo	24	51%	17%	21%	93%
Estudo	24	50%	12%	24%	79%

Foi realizado um teste t de Student de amostras independentes com um intervalo de confiança de 95% sobre a diferença entre a média das classificações de ambos os grupos obtendo os resultados apresentados na tabela 5.9.

Tabela 5.9: Teste t de Student de amostras independentes entre as duas turmas.

Média	Erro padrão	Mínimo	Máximo	t	*df*	Sig. (2 caudas)
1,068	4,255	-7,497	9,634	0,251	46	0,803

Com base na análise dos dados desta tabela, assume-se que as turmas são equivalentes, mesmo existindo algumas diferenças, nomeadamente nos valores da classificação máxima, mas que não influenciam em nada os agrupamentos.

Assim com estes resultados do teste t de Student, decidiu-se avançar com o estudo, visto ter sido confirmado não existirem diferenças estatisticamente significativas entre os resultados das turmas.

5.7.2 Emparelhamento dos grupos

De modo a que os resultados dos alunos fossem comparáveis, utilizou-se os resultados dos pré-testes para emparelhar alunos das duas turmas com base nas classificações mais próximas e no sexo.

O emparelhamento baseou-se numa diferença de máxima de 3 pontos (aproximadamente 10%) de variação entre as classificações, quando existia mais do que uma possibilidade de emparelhamento (classificação e sexo) selecionou-se de forma aleatória o par.

Apesar de cada turma ter 24 alunos só foi possível encontrar 18 pares, equiparáveis nas duas variáveis conforme se verifica na tabela 5.10.

Tabela 5.10: Resultados do pré-teste e emparelhamento resultante.

	Rapazes			Raparigas		
	T. Controlo		T. Estudo	T. Controlo		T. Estudo
	Cotação		Cotação	Cotação		Cotação
	21			21		
	24	$\leftrightarrow$	24	38	$\leftrightarrow$	38
	35	$\leftrightarrow$	35	41	$\leftrightarrow$	41
			35			52
	38	$\leftrightarrow$	38			52
			38	52	$\leftrightarrow$	52
	41	$\leftrightarrow$	38	52	$\leftrightarrow$	52
	41	$\leftrightarrow$	48	52	$\leftrightarrow$	52
	52	$\leftrightarrow$	52	59	$\leftrightarrow$	52
	52	$\leftrightarrow$	59	59	$\leftrightarrow$	52
	59	$\leftrightarrow$	59	59	$\leftrightarrow$	55
			59	62		
	62	$\leftrightarrow$	66	62		
			66	66		
	76	$\leftrightarrow$	79			
	93					
Média	49		50	52		50

Nos restantes elementos dos grupos não se conseguiu esse emparelhamento pois os valores eram muitos díspares e as turmas não estavam distribuídas equitativamente em termos de rapazes e raparigas.

5.7.3 Diferenças entre sexos

Como forma de analisar posteriormente os resultados para o terceiro objectivo do estudo, analisaram-se também, com recurso a um teste t de amostras independentes a relação entre os resultados dos rapazes e das raparigas cujos resultados são apresentados na tabela 5.11.

Tabela 5.11: Teste t de Student de amostras independentes entre rapazes e raparigas no pré-teste assumindo variâncias iguais.

Grupo	t	df	Diferença (média)	Erro padrão	Minimo	Máximo	Sig. (2 caudas)
Controlo	-0,326	22	-2,293	7,040	-16,894	12,308	0,748
Estudo	-0,029	22	-0,148	5,162	-10,853	10,558	0,977

Com base nos dados destas duas tabela anteriores, pode-se inferir que não existem diferenças estatisticamente significativas entre os rapazes e as raparigas do grupo de estudo.

Como os objectivos não estão centrados na construção dos testes (sendo estes utilizados como instrumentos de recolha de dados) o próximo capítulo centra-se na elaboração, construção e desenvolvimento dos jogos utilizados no estudo.

5.8 Outros materiais de recolha de dados

Para além dos testes efectuados, foram também recolhidos outros dados, nomeadamente no decurso das sessões de trabalho com as crianças, foram recolhidas informações através de um *diário de bordo* que refletem as interacções e as reacções das crianças aos materiais, às propostas de actividade e à ligação com a Matemática.

Estes dados foram recolhidos para evidenciar aspectos relativos ao primeiro objectivo da dissertação conforme se verifica no capítulo seguinte.

5.9 Limitações do estudo

A verificação do efeito que os jogos tiveram sobre os aspectos transversais do ensino e da aprendizagem da matemática. Este efeito só poderá ser verificado a médio/longo prazo, o que vai influenciar e ser influenciado não só pela utilização dos jogos mas também por mudanças no ensino da matemática ou nos seus conteúdos programáticos podem interferir nas conclusões retiradas da investigação.

Outra limitação que influenciou o indicado acima foi o tempo de duração da experiência, cinco semanas são curtas para se aferir mudanças de comportamento com base em estratégias didácticas.

Sempre presente esteve a consciência de que este estudo é limitado, a própria opção de observar somente um grupo de alunos restringe enormemente a possibilidade de generalização.

No entanto, isto não invalida os resultados encontrados, pois um dos pontos de partida desta investigação é que a parte é representativa do todo. Porém há outra limitação que se impõe no momento em que se decide escrever uma dissertação que pretende retratar a realidade: o que fica escrito é sempre empobrecedor. Por mais bem, registrada que fique a realidade observada, vão-se perdendo as nuances na procura de descrever e sistematizar o observado.

A selecção e/ou construção de instrumentos de avaliação é outro procedimento que, de algum modo, pode interferir com os resultados da investigação. Neste estudo, construíram-se instrumentos para uma avaliação quantitativa, relativamente aos quais impõem logo restrições à investigação. Além destas limitações, não se pode negligenciar que as próprias condições de aplicação das estratégias podem igualmente influenciar a investigação, conforme ficou evidenciado com os resultados do estudo inicial, que por ter lacunas graves no seu processo, falhou pelo facto de que nos testes aplicados não ter sido pesado o factor calendário, factor esse que enviesou de forma significativa o resultado do mesmo. Assim, num segundo momento do trabalho de campo, pesando muito o factor temporal, efectuou-se um estudo mais realista, mas mais limitado a nível das conclusões generalistas pretendidas.

De facto, uma aula pode ser vivida de forma diferente pelos vários intervenientes no processo. O facto é que tal situação poderá ter sido benéfica para alguns grupos, ao passo que para outros grupos pode ter sido vista como um factor inibidor, factor que deve ser tomado em consideração devido às particularidades desta faixa etária. Muito embora se tenham tomado determinadas precauções nesse sentido.

Por outro lado, os resultados obtidos podem também ser condicionados pelo tipo de amostra e de grupos a considerar. Os parâmetros estatísticos são influenciados pelo grau de homogeneidade ou heterogeneidade dos grupos, esse factor foi tido em consideração mediante a constituição emparelhada dos alunos.

Torna-se, porém, importante reflectir sobre algumas questões que, de alguma forma, possam ter interferido com os resultados encontrados neste estudo.

Uma reflexão que se julga válida prende-se com as actividades utilizadas para a análise. Neste estudo procurou-se que tais jogos didácticos fossem relevantes para os conteúdos em questão, e suficientemente abrangentes para os analisar de forma mais adequada. Se porventura a escolha dos jogos pendesse somente para materiais estruturados os dados resultantes do estudo podiam ser diferentes. Todavia, se a avaliação se centra em pressupostos mais complexos, como acontece neste estudo, tais como a universalidade dos jogos, a participação dos próprios alunos na construção do jogo, a gestão da interdisciplinaridade na aula ou o número limitado de jogos didácticos estruturados adequados, entre outros, seria de prever, logo à partida, que os resultados poderiam não sugerir a eficácia desta estratégia.

O capítulo seguinte analiza a construção e implementação das actividades como forma de realizar o primeiro objectivo do estudo.

Capítulo 6

Concepção e implementação das actividades

Conforme referido no Capítulo 1 o termo *jogo* é utilizado com um duplo sentido; na revisão bibliográfica dos capítulos 2, 3 e 4 discutiram-se diferentes acepções que o termo *jogo* toma para diversos autores. A partir deste capítulo utiliza-se o termo *jogo* no sentido mais restrito de jogo didáctico acompanhado de estratégias e actividades didácticas visando sobretudo o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Este capítulo visa responder ao primeiro objectivo da dissertação, descrevendo metodologias de ensino que permitam a utilização de jogos na aula de matemática.

Esta estratégia de utilização didáctica de jogos na aula de matemática foi fundamentada nos capítulos anteriores e baseada nas concepções existentes nos trabalhos de Dienes realizados com crianças no quais se defende a necessidade das mesmas em materializar e objectivar os conceitos matemáticos. Como defende Piaget, a criança para desenvolver uma aprendizagem significativa precisa de passar por uma fase de manipulação para conceptualizar os conceitos assimilados, deste modo, com a utilização de jogos didácticos pode-se atingir a ZDP de Vygotsky utilizando estratégias já demonstradas pelos trabalhos de Dienes.

Estes jogos didácticos (no seu sentido estrito) podem muitas vezes ser confundidos com resolução de problemas e actividades de investigação, os materiais constituintes do jogos podem ser confundidos com materiais manipuláveis, etc.

Num certo sentido são isso mesmo, pois existe uma linha muito ténue entre o jogo e qualquer uma das actividades enunciadas acima. Neste caso é importante referir, e este facto está subjacente em toda a investigação efectuada, que as crianças continuam a ver estas actividades como um jogo, mesmo que existam outros interesses por detrás desse material ou actividade.

Um conjunto de jogos foi proposto aos alunos pelo investigador, quer em actividades extra-curriculares de enriquecimento, quer em actividades consideradas normais de aula, tendo sido a sua utilização (dos jogos) diversificada e relacionada com o conjunto de capacidades que podem ser desenvolvidas por seu intermédio. Algumas actividades assumiram a forma de fichas de trabalho e outras foram desenvolvidas no recreio.

Embora todos os conteúdos programáticos estivessem presentes nas aulas de Matemática, limitações na investigação fizeram com que fossem só consideradas algumas das relações que se poderia observar relativamente à aprendizagem com a utilização dos jogos escolhidos para o estudo, nomeadamente no bloco de *números e operações* optou-se por trabalhar jogos que apelassem ao cálculo mental e à observação física das relações das operações (adição, subtracção, multiplicação e divisão) com quantidades.

6.1 Descrição dos materiais utilizados

Os jogos utilizados durante as sessões foram escolhidos por permitirem uma abordagem informal aos conceitos selecionados para o estudo e por serem de fácil utilização e de fácil explicação.

Alguns dos jogos foram selecionados por serem conotados com o ensino da matemática, ou por terem materiais estruturados já utilizados como os cubos/barras de cor *Cuisenaire*, o *Tangram* e o Calculador Multibásico.

6.1.1 Cartas

A utilização de cartas de jogar na aula de matemática tem em alguns contextos uma conotação negativa, mas as cartas de jogar, principalmente para crianças mais pequenas do que as do estudo, são importantes, pois independentemente do naipe preservam o algarismo e a quantidade de figuras (naipe) é igual ao número representado.

Os jogos com cartas são jogos que utilizam baralhos de cartas, quer tradicionais, quer cartas específicas de um determinado jogo, como os casos do *Tarot* e do *Uno*. Existem numerosos jogos com cartas, alguns têm regras padrão, outros conjuntos de regras podem variar consoante a região, a cultura e/ou o interesse, como é o caso do jogo utilizado no estudo.

Um jogo de cartas é jogado tradicionalmente com um baralho de cartas idênticas em forma e tamanho. Cada carta tem dois lados, a face e as costas. As costas das cartas não têm distinção entre elas, as restantes distinguem-se pelo naipe e pelo número ou figura que representam. Apesar de vários jogos terem cartas específicas, um baralho de cartas normal tem 52 cartas distribuidas por quatro naipes e treze categorias que vão do dois ao dez, incluindo o Valete, a Dama, o Rei e o Ás.

Neste estudo foi utilizado o jogo normalmente conhecido como o *Jogo do 11* ou o *Pyramids* e pertence à família dos jogos solitários conhecidos como a variante *Tri Peaks*, inventado em 1989 por Robert Hogue (*Wikipedia*, 2008).

Este tipo de jogos promove a agilidade e rapidez do cálculo mental, pois normalmente existe uma limitação de tempo para cada resposta, impossibilitando a quem joga o recurso quer a calculadoras, quer a algoritmos de papel e lápis. Com base nas planificação das sessões pretende-se que as crianças efectuem várias operações recorrendo ao cálculo mental de forma a exercitar as suas estruturas lógico-matemáticas.

O jogo inicia-se com dezoito cartas com a face virada para baixo de modo a formar três pirâmides de cartas, por cima destas três pirâmides encontram-se dez cartas com a face virada para cima, o arranjo é ilustrado na figura 6.1. em que é dado um exemplo de como ficam as cartas dispostas.

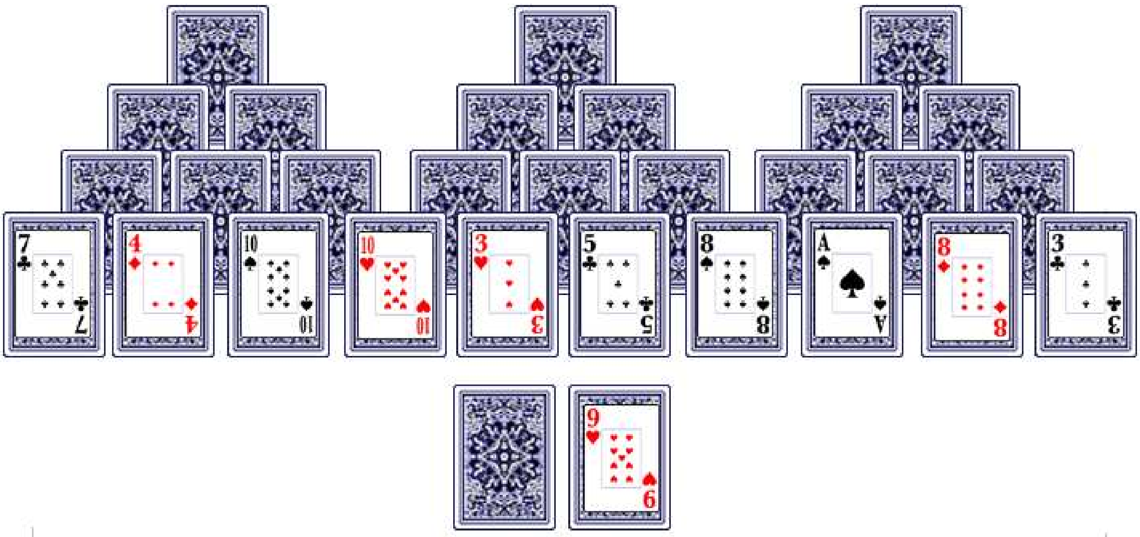


Figura 6.1: Disposição das cartas no início do jogo da pirâmide.

As restantes vinte e quatro cartas são colocadas fora das pirâmides, sendo a primeira colocada num segundo monte virada para cima. Para uma carta das pirâmides ser colocada no *monte*, terá de ter um valor imediatamente acima ou imediatamente abaixo da carta de jogo, que assim se torna a carta de jogo. O processo é repetido até se esgotarem as possibilidades de sequência. Durante o jogo, as cartas das pirâmides que já não estão cobertas são viradas para cima.

No caso da sequência ser interrompida, uma carta do monte que está virado para baixo é colocada no monte de jogo de forma a continuar a sequência, ou iniciar outra.

A figura 6.2. indica a forma de uma jogada proibida e uma jogada correcta.

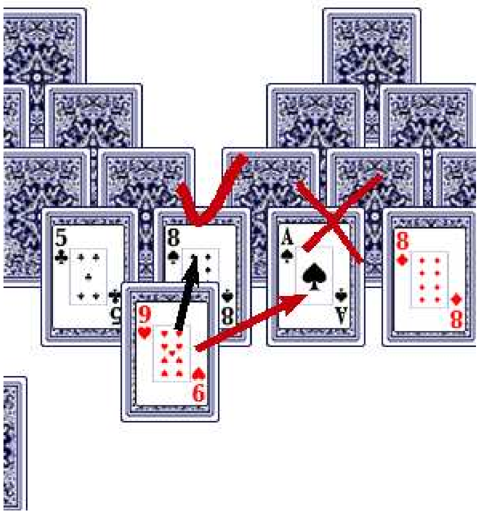


Figura 6.2: Jogadas permitidas (V) e jogadas proibidas (X).

O jogo é ganho quando se retiram todas as cartas das três pirâmides, antes da última carta do monte ser jogada. Contudo, perde-se o jogo se ainda existirem cartas no monte de jogo após as cartas de reserva se esgotarem.

A figura 6.3. representa uma situação de derrota.

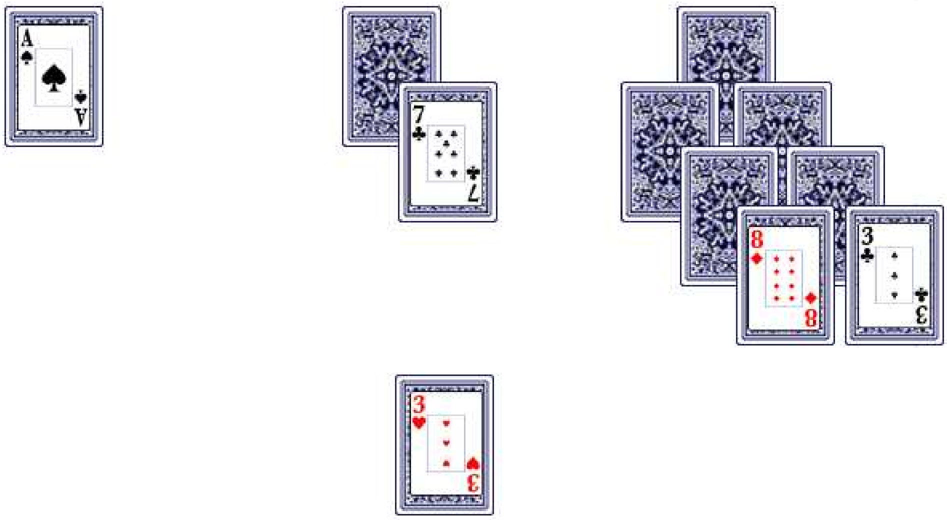


Figura 6.3: Situação de derrota. Não existindo mais jogadas possíveis.

6.1.2 Cubos/barras de cor *Cuisenaire*

Os cubos/barras de cor Cuisenaire são materiais manipulativos utilizados desde o ensino pré-escolar para o ensino da Matemática tentando dar resposta à necessidade de ensinar a disciplina de forma lúdica. Têm sido utilizados para o ensino e a aprendizagem de uma grande variedade de conceitos matemáticos tais como as quatro operações elementares, fracções, áreas, volumes, etc. Pensados inicialmente para a matemática, tem sido utilizados também para o ensino da língua.

Os cubos/barras de cor têm o nome do seu inventor, Georges Cuisenaire (1891-1976), um professor primário belga, que publicou um livro sobra a sua utilização em 1952 intitulado *Les nombres en couleurs*. A utilização do seu material foi desenvolvido e popularizado por Gattegno. Existem 10 cubos/barras diferentes que medem de 1 cm a 10 cm que têm a mesma cor baseadas no seu comprimento. No total é composto normalmente por 241 peças coloridas (prismas quadrangulares com 1 cm de aresta na base, com 10 cores e 10 comprimentos diferentes. A maioria das barras segue a distribuição idealizada por Cuisenaire conforme indicado na tabela 6.1.

Tabela 6.1: Esquema de cores dos cubos/barras Cuisenaire.

Cor	Comprimento	Número	Quantidade
Branco	1 cm	1	50
Vermelho	2 cm	2	50
Verde claro	3 cm	3	33
Rosa	4 cm	4	25
Amarelo	5 cm	5	20
Verde escuro	6 cm	6	16
Preto	7 cm	7	14
Castanho	8 cm	8	12
Azul	9 cm	9	11
Laranja	10 cm	10	10

O cubo branco representa a peça mais pequena e indica a unidade, a partir desse cubo são construídas as restantes peças. A segunda peça é um parelelipipedo, com base igual ao do cubo e o dobro da altura, correspondendo à quantidade dois e as peças continuam a aumentar até chegarem à altura igual a dez vezes a aresta do cubo, representando a quantidade 10.

Na elaboração e construção deste material por Cuisenaire, existiu ainda a preocupação de se fazer uma associação entre o número e a cor. A unidade é branca. As quantidades múltiplas de dois (2, 4 e 8) são apresentadas em nuances de vermelho, as quantidades múltiplas de três (3, 6 e 9) são apresentadas em nuances de verde e azul e as quantidades múltiplas de cinco (5 e 10) são apresentadas em nuances de amarelo, sendo a quantidade dez também múltipla de dois apresenta a cor alaranjada que não é mais do que mistura do vermelho com o amarelo. A peça sete é preta pois representa um número primo tal como a peça da unidade. Estes conjuntos representados pelas nuances de cor ainda representam as relações de dobro, triplos e as potências 2 e 3. A figura 6.4. apresenta um conjunto de cubos/barras de cor Cuisenaire.

Figura 6.4: Conjunto de cubos/barras de cor Cuisenaire (Éduca, material didáctico, lda.).

Este material pode ser utilizado de variadas formas, desde a conceptualização das quantidades até à sua utilização enquanto material manipulável para identificação e visualização de operações matemáticas.

Como jogo pode ser desenvolvido, o que é efectuado neste estudo, como material para verificação e adivinhação de operações e das várias possibilidades de decomposição de números.

6.1.3 Calculador Multibásico

O Calculador Multibásico utilizado foi criado pelo Pedagogo João António Nabais (1915-1990) que se baseia no conceito do ábaco vertical, mas sem as limitações da moldura, o que permite desenvolver trabalho em várias bases (daí o seu nome). Normalmente consta de três placas de base (uma com cor distinta) com cinco furos onde podem encaixar 50 peças de várias cores, conforme o esquema da tabela 6.2.

Tabela 6.2: Esquema de cores do Calculador Multibásico.

Cor	Quantidade
Verde	13
Vermelho	13
Amarelo	10
Azul	10
Rosa	2
Roxo	2

Tal como o material anterior, o calculador multibásico pode servir como introdução, visualização e consolidação de conceitos matemáticos inerentes a operações aritméticas.

Como foi referenciado no início do capítulo, este material, para as crianças, pode ser considerado um jogo com regras bem definidas.

Quando as crianças ainda não têm interiorizado o conceito de notação posicional, ou mesmo, conceitos essenciais como a noção de base, este material pode servir como jogo, na base de uma sequência simples de regras, por exemplo:

- Nenhuma cor pode ter mais de 9 peças.
- Se tiver mais de 9 peças, 10 são substituidas por uma peça da cor seguinte.
- Seguir as regras anteriores para cada cor.

Esta sequência, que não é mais do que a conceptualização visual da estrutura da base 10, é facilmente endendida como regras de um jogo que não devem ser quebradas, levando assim a um maior entendimento dos conceitos trabalhados.

6.1.4 Tangram

O *Tangram*, também conhecido pelas sete tábuas da sabedoria é um *puzzle* de transformações, contém sete peças, chamadas *tans*, que se juntam para formar figuras de várias formas. O objectivo do jogo é formar uma forma específica com as sete peças, essa forma contém todas as sete peças que não podem ser sobrepostas. O tamanho das peças é relativo ao quadrado grande (figura 6.5.).

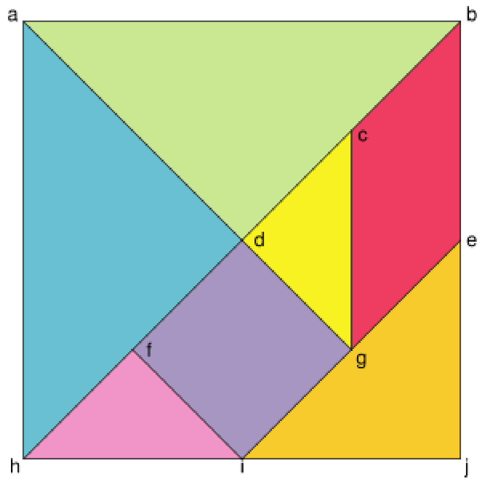


Figura 6.5: Figura base do tangram.

Este quadrado é defindo como tendo comprimento, altura e área equivalente a 1. E está separado em:

- 5 triângulos rectângulos:
  2 pequenos (hipótenusa de $\frac{1}{2}$ e catetos de $\frac{1}{2\sqrt{2}}$);
  1 médio (hipótenusa de $\frac{1}{\sqrt{2}}$ e catetos de $\frac{1}{2}$)
  2 grandes (hipótenusa de 1 e catetos de $\frac{1}{\sqrt{2}}$)

- 1 quadrado (lados com $\frac{1}{2\sqrt{2}}$)

- 1 paralelogramo (lados com $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2\sqrt{2}}$)

Destas sete peças, somente o paralelogramo não obtém a sua imagem de espelho por intermédio de rotações. Contudo, é a única peça que precisa de ser invertida na formação de algumas figuras.

Este material, entendido como útil para o ensino da geometria, pode ser trabalhado de várias formas lúdicas.

Desde os conceitos mais elementares das estruturas lógico-matemáticas como a classificação (identificação das várias formas constantes do material), a seriação (estrutura lógico-matemática elementar para a compreensão dos conceitos de série numérica) e mesmo a correspondência um-a-um (estrutura lógico-matemática responsável pela noção de correspondência unívoca) este material pode promover de forma lúdica a visualização, prova e conceptualização destes conceitos e estruturas tão importantes para a compreensão da Matemática.

6.1.5 Geoplano

O Geoplano é um material manipulável utilizado para explorar conceitos básicos de geometria plana tais como o perímetro, área ou as características de triângulos e outros polígonos, criado por Gattegno por volta de 1950. Basicamente consiste numa tábua (de preferência quadrada, apesar de existirem vários tipos de geoplanos, entre os quais o mais conhecido é o geoplano circular) com um conjunto de pregos (ou pinos) salientes num quadrado simétrico com lados que podem ir de 5×5 a outras medidas. As formas aparecem por intermédio de vários elásticos coloridos que são colocados entre os pinos do geoplano, como se pode verificar na figura 6.6.

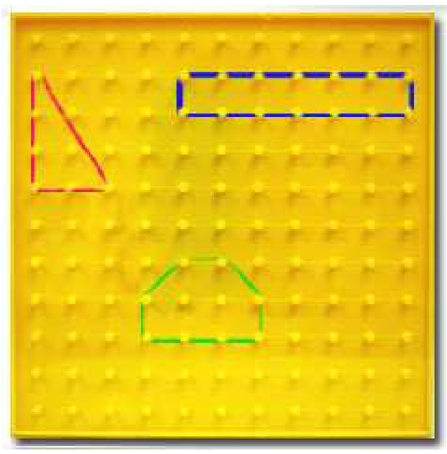


Figura 6.6: Exemplo de um geoplano com figuras construidas.

Com este material, as crianças apreendem de forma lúdica noções de localização espacial, bem como a identificação que conceitos de área e perímetro.

6.1.6 Blocos lógicos de Dienes

Os Blocos Lógicos de Dienes são constituidos por figuras geométricas elementares. Tem 48 peças, em que cada uma apresenta diferentes cores (amarelo, vermelho e azul), formas (círculo, quadrado, triângulo e rectângulo), tamanho (grande e pequeno) e espessura (fino e grosso), conforme se verifica na figura 6.7.

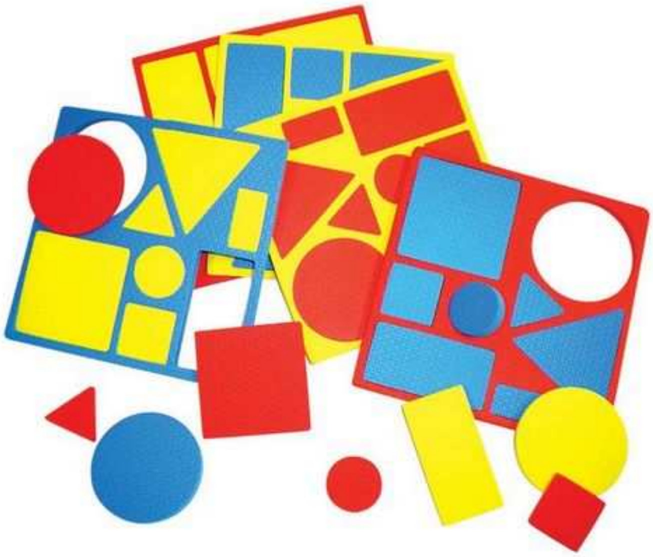


Figura 6.7: Conjunto de Blocos Lógicos.

Constituem um bom material para estimular a análise e o raciocínio a partir da acção sobre o material.

Este material estimula a curiosidade das crianças e pode ser um instrumento facilitador da compreensão de conceitos tão importantes como a classificação, seriação, correspondência, noção de padrões matemáticos, sequências, etc.

6.1.7 Crucigramas numéricos e tabelas adivinhatórias

Os crucigramas numéricos não são mais do que meras palavras cruzadas mas com números. O crucigrama mais famoso neste momento é o *Su-do-ku*.

A sua forma de construção é laboriosa, sendo baseada na noção das tabelas de dupla entrada. Pensa-se que a sua origem se deve aos famosos quadrados mágicos utilizados como material de entretenimento intelectual.

As tabelas adivinhatórias não são mais do que pequenas brincadeiras utilizando conceitos matemáticos, neste caso utilizam-se conceitos inerentes aos resultados dos quadrados de 2 que por sua vez são estruturados com base em exercícios combinatórios.

A tabela criada foi utilizada até ao número 31, de forma a se puder ter um leque de opções numéricas suficientes para *adivinhar* as datas de nascimento das crianças.

A sua sequência de construção foi a seguinte, utilizado cinco barras de cartolina com duas quadrículas por oito quadrículas:

- Calculou-se $2^0 = 1$ e colocou-se o resultado na primeira barra.
- Calculou-se $2^1 = 2$ e colocou-se o resultado na segunda barra.
- Como $2 + 1 = 3$ coloca-se o número 3 nas duas barras.
- Calculou-se $2^2 = 4$ e colocou-se o esultado na terceita barra.

- Combinou-se os resultados nas potências até agora calculadas ($4+1=5$, $4+2=6$ e $4+2+1=7$) e distribuiu-se os resultados pelas barras correspondentes.

- Seguiu-se a mesma sequência até $2^4 = 16$ e a consequente distribuição de combinações.

- Pode até atribuir-se uma letra a cada barra (letra essa que está associada a cada uma das potências, por exemplo: $A = 1, B = 2, C = 4, D = 8, E = 16$) e baralham-se os números das barras de forma aleatória, distribuindo-os e repetindo-os se necessário pelas 16 quadrículas de cada barra.

O resultado é apresentado na figura 6.8.

1	3	5	7	9	11	13	15
17	19	21	23	25	27	29	31

2	3	6	7	10	11	14	15
18	19	22	23	26	27	30	31

4	5	6	7	12	13	14	15
20	21	22	23	28	29	30	31

8	9	10	11	12	13	14	15
24	25	26	27	28	29	30	31

16	17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30	31

Figura 6.8: Tabela adivinhatória.

6.2 Estratégias didácticas utilizadas

No *grupo de estudo* os alunos trabalharam sempre em grupo e a metodologia didáctica seguida foi a seguinte:

- O investigador coloca aos alunos a situação de jogo, revendo as regras (oralmente e por escrito).

- O investigador estipula o tempo limite do jogo (entre 25 e 45 minutos).

- Os alunos resolvem em conjunto o jogo e registam os resultados numa folha de papel que lhes é facultada.

- Terminado o tempo do jogo, o porta-voz escolhido de entre os elementos do grupo pelos mesmos, afixa a folha dos resultados no placard existente na sala, voltado de seguida para o lugar.

- Uma vez apresentados todos os resultados, o investigador solicita as opiniões dos vários grupos de modo a que indiquem o vencedor do jogo, ou caso não existe, qual o grupo que se aproximou mais do objectivo.

- No decurso da análise efectuada pelos alunos, cada grupo introduz as correcções necessárias e, se possível, repete o jogo.

Foram utilizadas três estratégias para a utilização dos jogos durante as sessões, para fornecer actividades variadas ao longo das sessões de trabalho.

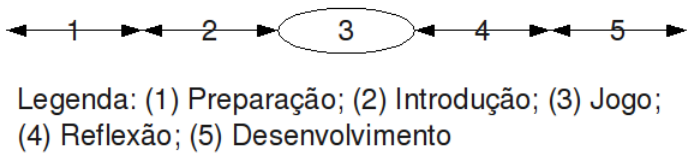


Figura 6.9: O jogo utilizado como unidade central do trabalho.

Na estratégia indicada na figura 6.9. o jogo assume um papel de destaque mas deve aparecer sempre uma fase de preparação do trabalho (fase 1), onde se referem os objectivos da sessão, nomeadamente quais os conceitos que vão ser trabalhados com o jogo. Após esta preparação faz-se uma introdução ao jogo (fase 2) centrando-se na explicação das regras, caso o jogo seja desconhecido, bem como quais os objectivos do jogo (como se consegue ganhar) e a forma como se joga.

Depois da realização do jogo (fase 3) efectua-se uma reflexão (fase 4) tendo em conta o que se tinha abordando na preparação do trabalho, basicamente pretende-se analisar se os conceitos que estavam na base da sessão tinham sido abordados, a forma como o foram, se estavam confusos, etc. Esta reflexão variou consoante a sessão e consoante o jogo em reflexão individual e reflexão em grupo aferindo também a utilidade do jogo, dificuldades no decurso do mesmo e quais as estratégias utilizadas para a sua resolução. Na fase do desenvolvimento (fase 5), sequência mais formal da estratégia, analisam-se e reforçam-se os conceitos abordados durante a sessão, fazendo também a ligação aos conteúdos formais do currículo de Matemática na escola.

Esta foi a estratégia seguida aquando da realização da primeira e quarta sessões do *grupo de estudo*.

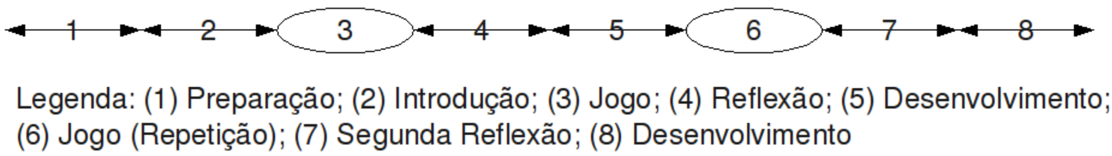


Figura 6.10: O jogo utilizado duas vezes permitindo uma reflexão e um melhoramento do desempenho do aluno.

Esta estratégia indicada na figura 6.10. difere da primeira pois existem dois momentos de jogo, até à fase 5 segue exactamente a mesma sequência anterior, mas após o desenvolvimento e a reflexão dos conceitos os alunos repetem o jogo (fase 6), mas desta vez conscientes dos objectivos didácticos do jogo e dos conceitos, o que promove uma maior atenção nos pormenores matemáticos do mesmo e detrimento do jogo pelo jogo. Presume-se que os alunos jogam reflectindo nesse jogo os aspectos referenciados nas fases 4 e 5. Após a segunda fase de jogo (fase 6) efectua-se novamente uma reflexão (fase 7) que permita contrastar o que já tinha sido analisado na fase 4, presume-se que os alunos como jogaram novamente com uma perspectiva de aprendizagem consigam efectuar análises mais próximas das actividades escolares, seguindo-se novamente uma fase de desenvolvimento do trabalho (fase 8).

Estatégia utilizada na realização da terceira sessão do *grupo de estudo.*

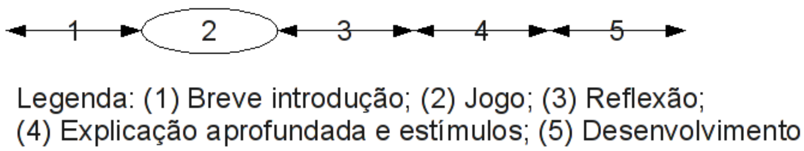


Figura 6.11: O jogo utilizado como estímulo inicial.

Na estratégia indicada pela figura 6.11. o jogo é utilizado somente como estímulo inicial para o desenvolvimento dos conceitos a trabalhar. Efectua-se uma abordagem (fase 1) às regras e à forma de jogar, bem como aos objectivos do jogo (como se joga e como se pode ganhar) e parte-se para o jogo (fase 2). Nesta estratégia o jogo serve somente para iniciar os conceitos a serem trabalhados sendo toda a sequência seguinte (fases 3, 4 e 5) mais próxima do ensino considerado *normal* para uma aula de matemática.

Estratégia utilizada na segunda sessão de trabalhos do *grupo de estudo.*

6.3 O grupo de controlo

O *grupo de controlo* esteve em simultâneo com o *grupo de estudo* nas duas primeiras sessões, e nas restantes quatro, desenvolveu actividades semelhantes às das sessões que o *grupo de estudo* desenvolveu, mas sempre sem a mesma intencionalidade educativa, nomeadamente nas primeiras sessões com os cubos/barras de cor Cuisenaire e com o Calculador Multibásico, não desenvolveram as actividades de montagem dos algoritmos. Nem foi efectuado nenhum apelo à matematização dos conceitos apreendidos durante as sessões.

6.4 Sequência das sessões com a utilização dos jogos

As duas primeiras sessões centraram-se em questões aritméticas. Na primeira sessão trabalharam-se actividades numéricas com baralhos de cartas utilizando o jogo solitário *Tri-peaks* com algumas variações.

Após a fase de adaptação às regras do jogo,acrescentaram-se variações até juntar as quatro operações fundamentais (adição, subtracção, multiplicação e divisão), tendo uma das crianças do grupo (escolhida de entre os elementos do grupo) de anotar, numa folha de papel, todas as operações que efectuavam, mesmo as repetidas.

Neste caso não existiam questões de reflexão, mas sim instruções para complexificar o jogo:

- Agora vão juntar cartas que somem 11 e só podem utilizar a adição;
- Agora juntem cartas que somem 7 e continuam a utilizar somente a adição (neste caso as crianças vão tendo a consciência que são necessárias mais operações do que somente a adição, pois as possibilidades de concluir o jogo não existem);
- Os grupos que acabarem podem retomar o jogo, juntando cartas que somem 5, mas podem utilizar a adição e a subtracção;
- Repetem o mesmo jogo, mas o resultado agora é 45 e só podem utilizar a adição e a subtracção (mais uma vez, as possibilidades de terminarem o jogo são muito pequenas);
- Introduzam agora também a multiplicação e o resultado tem de ser 50;
- Neste jogo o resultado tem de ser 3 e podem utilizar as três operações anteriores (mais uma vez a escolha dos resultados tem a ver com a necessidade de mostrar às crianças a utilidade das operações);
- Agora, para terminar, repitam o jogo anterior e juntam às operações a divisão.

Com base neste tipo de jogo pretendia-se que as crianças, para além de trabalharem o cálculo mental, fossem capazes de chegar à conclusão que as operações matemáticas são necessárias e úteis. No final compilaram entre eles todas as operações que registaram nos vários grupos, ficando de algum modo surpreendidos com a quantidade de operações que realizaram durante a sessão.

No seguimento dos jogos para trabalhar com os números e operações a segunda sessão centrou-se na utilização de de jogos recorrendo a material manipulativo, nomeadamente os cubos/barras de cor Cuisenaire e o Calculador Multibásico.

A utilização em paralelo destes dois materiais (que para as crianças não deixavam de ser jogos) permitiu diferenciar as actividades efectuadas com as crianças na mesma sala, tendo em conta as dificuldades apresentadas na primeira sessão, nomeadamente dificuldades detectadas a nível do cálculo mental. Neste caso, operações que envolvessem subtracção com empréstimo.

Os jogos baseados na utilização dos cubos/barras de cor Cuisenaire centraram-se na composição e decomposição de números, e nas representações materiais dos algoritmos, conforme exemplo na figura 6.12.

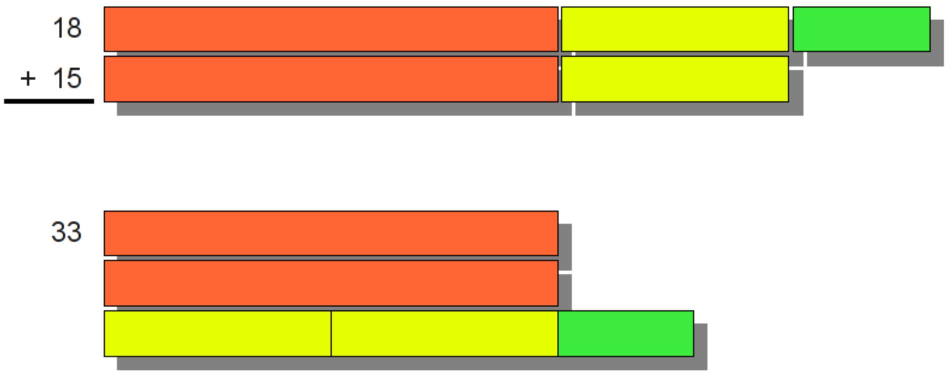


Figura 6.12: Representação material do algoritmo da adição, com a insistência na ideia que 10 unidades podem ser substituídas por uma dezena e vice-versa.

Outro dos jogos, neste caso com a utilização preferencial do Calculador Multibásico, foi a representação da subtracção com empréstimo, no caso exemplificado na figura 6.13.

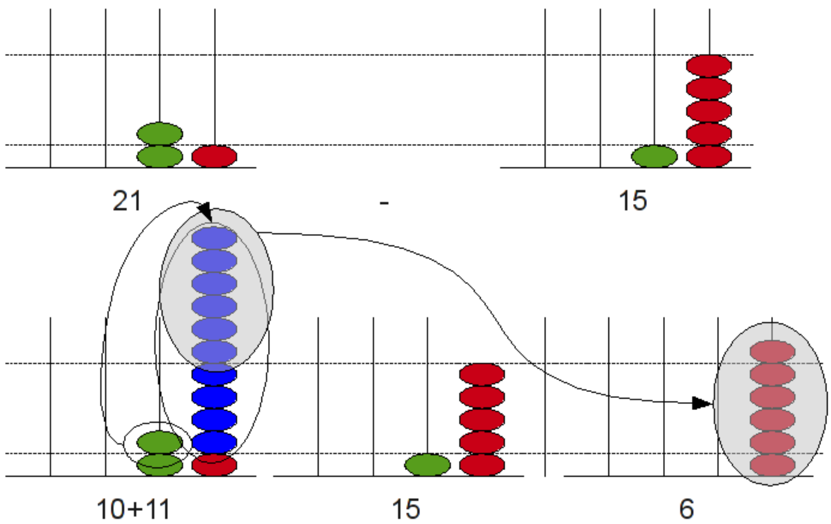


Figura 6.13: Exemplo de subtracção com empréstimo recorrendo ao Calculador Multibásico.

A criança depara-se com a impossibilidade de tirar 5 unidades a uma, este conceito permite entretanto decompor o número 21 em 10 + 11, pedindo então emprestado dez unidades às duas dezenas do número original, ficando com 11 unidades, das quais já se podem retirar 5 unidades ficando com o resultado de 6.

Na coluna das dezenas, neste momento fica uma dezena para tirar de uma dezena, ou seja zero, resolvendo assim o impasse da operação original.

Na terceira sessão abordou-se de forma lúdica o conceito de área como a quantidade necessária para cobrir uma superfície salientado a diferença existente entre este conceito e o conceito de perímetro. Com esta sessão pretendeu-se promover a compreensão do que é uma área, diferenciando-a do perímetro, desenvolvendo a capacidade de resolução de problemas envolvendo o cálculo da área.

As operações mentais envolvidas neste tipo de jogo centram-se na observação, comparação, interpretação de dados, levantamento de hipóteses e aferição das mesmas.

A disposição da sala foi a mesma até ao final das actividades, nesta sessão, no centro da mesa existiam vários geoplanos, elásticos de muitas cores, quadrados de papel de várias cores, papel milimétrico e várias figuras cortadas em formas irregulares, mas todas com a mesma área.

Com base neste material realizaram-se algumas jogos de adivinhas em pequenos grupos sobre o tamanho das superfícies das figuras irregulares segundo o exemplo da figura 6.14.

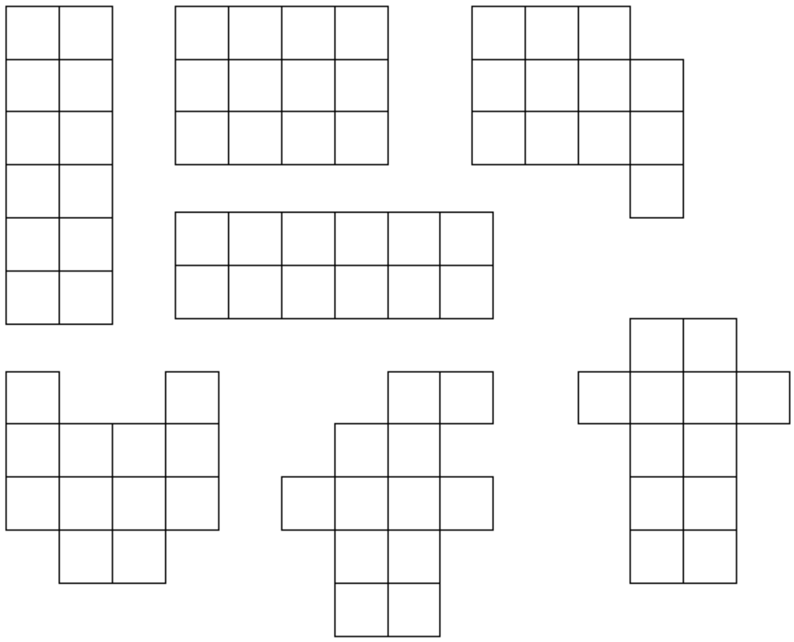


Figura 6.14: Exemplo de várias formas irregulares com a mesma área.

Com base na exploração lúdica efectuada pelas crianças e nos materiais fornecidos, pretendia-se que chegassem à conclusão que apesar das várias formas a área era constante, quer pela contagem das quadrículas, quer pela sobreposição dos quadrados coloridos em cima da figura, quer pela utilização do geoplano enquanto tabuleiro de jogo.

Mais uma vez as questões para reflexão (questões essas muito importantes para o estudo, mas que para as crianças não passavam de obstáculos a ultrapassar para vencer o jogo) e explicação eram colocadas da seguinte forma:

- O que dizes sobre o número de quadrados necessários para preencher as figuras?
- Quais são as figuras que precisam de mais quadrados?
- Como explicas que apesar da sua forma todos tenham o mesmo número de quadrados? O que pensas sobre isso?

Após o procedimento para a área, repetiu-se o mesmo jogo, mas agora com a ajuda de pedaços de corda e réguas para trabalhar o conceito de perímetro. Para finalizar a sessão realizaram-se repetições do jogo, mas agora com novas figuras para além dos quadrados (triângulos, rectângulos e círculos).

Na quarta sessão jogou-se com planificações de sólidos geométricos, nomeadamente cubos, prismas e pirâmides recorrendo a sólidos de madeira e a cartolinas. Por fim identificaram-se objectos construídos com base nesses sólidos, ou em conjugações de sólidos recorrendo a mímica e a jogos de adivinhas onde os restantes grupos tinham de identificar o objecto sem recorrer a um conjunto de palavras-chave, por exemplo para uma caixa as palavras proibidas eram rectângulo, quadrado, paralelepípedo, prisma.

Na quinta sessão baseada nas noções de forma e tamanho, foi utilizado o tangram tradicional, o tangram circular e os blocos lógicos de Dienes, pretendia-se promover o reconhecimento das diferenças entre as várias formas bidimensionais, tais como quadrados, triângulos, rectângulos, etc.

As operações mentais envolvidas neste tipo de jogo baseiam-se na observação, comparação, classificação, aplicação de princípios fundamentais a novas situações e interpretação de dados.

Na sala existia somente uma mesa grande ao centro com o material distribuído, numa primeira fase começou-se por dobrar folhas de cartolina A4 segundo a figura 6.15. de modo a construir o tangram tradicional:

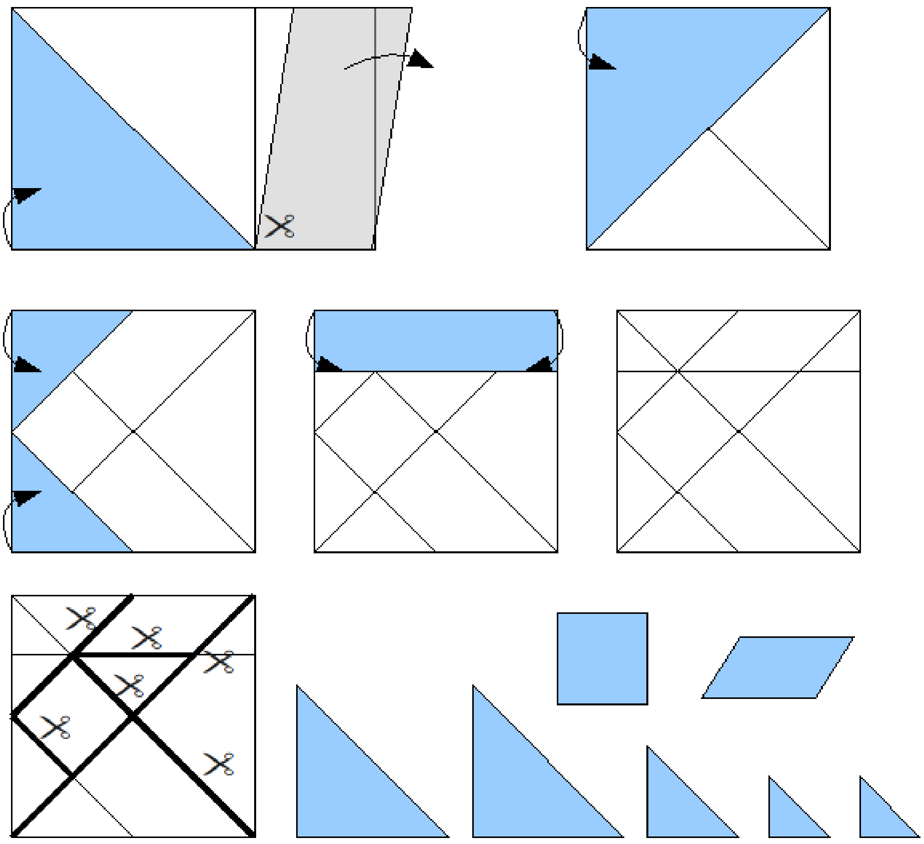


Figura 6.15: Construção do tangram tradicional com base em dobragem.

Começou-se então com jogos de identificação e classificação onde as crianças em pequenos grupos discutiam as características de cada uma das figuras, quer em linguagem própria que em linguagem matemática, numa tentativa de reflexão sobre essas mesmas características com base em algumas questões:

- Quais as vossas observações acerca dos quadrados? E dos rectângulos? e dos triângulos?
- Quais as semelhanças entre os quadrados e os rectângulos? E as suas diferenças?
- De que forma todas estas figuras são iguais? E diferentes?
- Como fazemos um quadrado com estas figuras? Que forma tem?
- Que observações se podem fazer dos lados destas figuras? e sobre os cantos? (Sempre que possível introduziu-se ou relembrou-se a nomenclatura matemática).
- De que forma os cantos (tentativa de conduzir à noção de ângulo) os quadrados e dos rectângulos são iguais?
- Que objectos na sala têm semelhanças com as figuras que estamos a trabalhar?

Todas questões desenvolvidas durante o jogo iam sendo respondidas oralmente e anotadas pelo grupo sempre na tentativa de reflexão por parte das crianças.

Perto do final as sessão forneceu-se o tangram circular para recortar conforme figura 6.16.

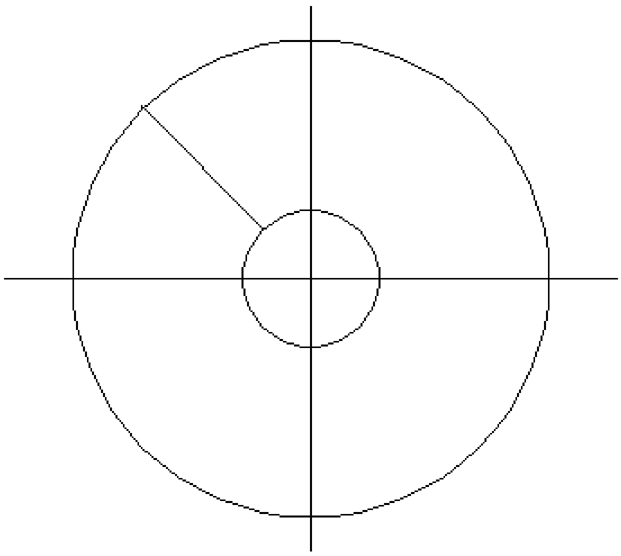


Figura 6.16: Modelo para recortar o tangram circular.

Com base nos dois tangrams, os alunos desenvolveram jogos explorando as características e as funções de cada peça com base na sugestão de construção de figuras apresentadas no anexo 12.

Na sexta sessão, a segunda com os dois grupos em simultâneo utilizaram-se crucigramas numéricos apresentados no anexo 13 e tabelas adivinhatórias (ver figura 6.8).

Apresenta-se na tabela 6.3. o resumo das sessões apresentadas.

Tabela 6.3: Estrutura das sessões de trabalho realizadas no estudo.

Sessão	Tema	Jogo(s)	Grupo
1.	Aritmética (Cálculo mental)	Pirâmides (jogos com cartas)	Estudo
2.	Aritmética (Operações)	Cuisenaire e Calculador Multibásico	Estudo
3.	Geometria (Área e perímetro)	Geoplano	Estudo
4.	Geometria (Sólidos geométricos)	Geoplano	Estudo
5.	Geometria (Forma e tamanho)	Tangrams e Blocos Lógicos	Ambos
6.	Brincadeiras matemáticas	Crucigramas e Tabelas adivinhatórias	Ambos
7.	Jogos com cartas	Pirâmides (jogos com cartas)	Controlo
8.	Jogos de construção	Cuisenaire e Calculador Multibásico	Controlo
9.	Figuras geométricas	Geoplano	Controlo
10.	Sólidos geométricos	Geoplano	Controlo

6.5 Implementação

Conforme referenciado acima, todas as planificações foram cumpridas e os jogos decorreram dentro da normalidade, com excepção da segunda sessão com o *grupo de estudo* pois verificou-se que as crianças tinha alguma dificuldade nas operações de subtracção com empréstimo.

Esta verificação decorreu da implementação do jogo da pirâmide (*Tri-peaks*), onde as crianças resolveram a maioria das operações (sempre recorrendo ao cálculo mental), denotando muita dificuldade e tendo mesmo de recorrer aos algoritmos de papel-e-lápis quando as subtracções tinham *empréstimo*. O resto do jogo decorreu como planeado, mesmo os obstáculos e a percepção que tiveram desses mesmos obstáculos.

Na conversa final, onde se faz a referência às operações matemáticas, já num contexto escolar, ficaram cientes do porquê da existência das várias operações e da impossibilidade de resolver alguns problemas sem elas, nomeadamente quando tinha de efectuar somas com resultado de 5 e já só tinham cartas superiores a 6, fazendo assim consciente a necessidade de se realizar outra operação (a subtracção), ou quando as somas têm de ter resultados de 45 ou 50, e as cartas possíveis são muito pequenas, apercebendo-se que é mais fácil chegar a 45 com a seguinte operação $4 \times 10 + 5 = 45$ do que utilizando somente a adição, pois com as mesmas cartas obteriam $4 + 10 + 5 = 19$.

Assim, os jogos da segunda sessão, onde foram utilizados os cubos/barras de cor Cuisenaire e o Calculador multibásico foram cumpridas, dando especial ênfase às subtracções. Foram também trabalhados de forma lúdica conceitos de composição e decomposição de números recorrendo aos cubos/barras de cor Cuisenaire onde eram fornecidas somente algumas peças e as crianças construiam paredes de barras sempre com a mesma dimensão, mas com várias formas de composição conforme a sequência numérica seguinte:

- Figura base 10 (barra laranja).
- Duas barras amarelas $(5 + 5)$.
- Uma barra castanha e uma barra vermelha $(8 + 2)$.
- e todas as variações possíveis...

O conforme exemplificado na figura 6.17.

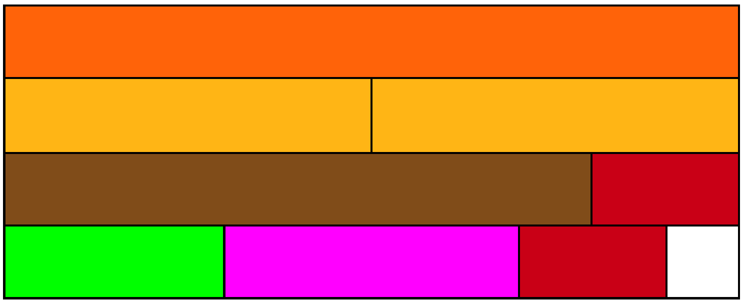


Figura 6.17: Decomposição do número 10 recorrendo a várias barras *Cuisenaire*.

As crianças não identificaram estes jogos como actividades escolares, sendo conduzidas sempre no sentido de estarem a jogar, principalmente porque não conheciam os materiais que estavam a ser utilizados. Nas sessões que tinham apontamentos direccionados para a geometria foram utilizados jogos para abranger conceitos como área, perímetro e planificação de sólidos geométricos.

Para trabalhar de forma lúdica os conceitos de área e de perímetro foram utilizadas numa primeira fase várias figuras quadriculadas de formas irregulares onde as crianças tinham de preencher com quadrados, as figuras estavam recortadas de forma a terem todas a mesma área, mesmo que com formas diferentes, quando chegaram à conclusão que todas as figuras eram preenchidas pelo mesmo número de quadrados passou-se para a medição do perímetro das mesmas figuras com base em cordeis.

As crianças estavam à espera que algumas, se não todas as figuras, tivessem a mesma medida, pois já tinham a experiência da área. Quando começaram a surgir questões sobre as diferentes medidas que cada figura tinha utilizou-se o geoplano para construirem figuras com formas diferentes e medidas iguais, ou o oposto.

Na sessão seguinte foram mostrados vários sólidos geométricos e construidas as suas planificações com recurso a geoplanos e a cartolinas brancas, identificaram sólidos em fotografias de edifícios, na sala, etc.

Seguiu-se então o jogo, onde era indicado ao ouvido da criança uma figura geométrica e ela através de mímica e/ou de adivinhas tinha de referências esse sólido não podendo recorrer a várias palavras-chave ou palavras proibidas, alguns dos exemplos são:

- Para a esfera, as palavras proibidas eram *esfera* e *bola*.
- Para o cubo, as palavras proibidas eram *cubo* e *quadrado*.
- Para a pirâmide, as palavras proibidas eram *pirâmide* e suas variações.

As crianças demonstraram alguma imaginação para dar exemplos e *ganharem* o jogo. Para a esfera recorreram a expressões como *futebol*, *mundo* e *planeta*. Para a pirâmide recorreram a expressões como *egipto* e *faraós*.

As duas sessões onde os grupos estiveram juntos decorreram com mais confusão, principalmente na altura da construção do *tangram* por intermédio de dobragens, aqui foi necessários separar as crianças por grupos e desenvolver actividades diferenciadas. Com as crianças do *grupo de estudo* trabalhou-se essencialmente com os blocos lógicos de Dienes de forma a encontrarem relações com jogos de padrões com regras bem definidas como as seguintes:

- Colocar a peça seguinte só com uma diferença, por exemplo se colocou um quadrado azul pequeno e fino só pode colocar uma outra peça que seja diferente do quadrado ou que seja um quadrado de cor diferente do azul, ou que seja um quadrado azul grande e fino, etc.
- Continuar com esta sequência até não se conseguir mais peças.
- Ganha quem conseguir colocar mais peças.

Com as crianças do *grupo de controlo* trabalhou-se na construção de figuras com as peças do *tangram* conforme anexo 12.

No final da sessão todas as crianças efectuaram a construção de figuras recorrendo ao *tangram* circular.

Na última sessão com o *grupo de estudo* ainda em conjunto com o *grupo de controlo* foram realizados dois crucigramas numéricos e no final efectuou-se um pequeno número de *magia* onde se adivinhou a data de nascimento das crianças recorrendo a uma tabela adivinhatória.

As restantes quatro sessões onde só estiveram presentes crianças do *grupo de controlo* simplesmente jogaram, sem necessidade de intervenção para aferir alguns aspectos matemáticos como foi feito com as crianças do *grupo de estudo*.

Estas sessões foram diferenciadas devido ao facto de o *grupo de controlo* ter contacto com os mesmos materiais e com as mesmas actividades e jogos, mesmo que as intencionalidades fossem diferentes.

No próximo capítulo efectua-se a análise estatística dos dados recolhidos, analisando assim os resultados referentes aos objectivos 2 e 3.

Capítulo 7

Análise e discussão dos resultados

Neste capítulo analizou-se os resultados dos testes aplicados como forma de responder aos segundo e terceiro objectivos do estudo.

2º objectivo Verificar os conhecimentos adquiridos por alunos de 1º CEB recorrendo a estratégias com a utilização do jogo.

3º Objectivo Identificar os principais níveis de competências matemáticas favorecidas pelo ensino e aprendizagem com recurso a jogos.

Dentro do terceiro objectivo, pretende-se ainda verificar a existência de diferenças entre sexos.

O estudo pretendeu obter um conjunto de dados sobre o desempenho escolar dos alunos do terceiro ano do 1º CEB, na área da Matemática, com o propósito de identificar diferenças entre os resultados dos testes enquanto consequência de sessões de trabalho (detalhadas no capítulo anterior). A auscultação do aproveitamento escolar dos alunos foi verificada mediante a aplicação de testes (anexos 1 e 2), que permitiu apresentar os valores obtidos e realizar o respectivo tratamento estatístico.

Os dados utilizados neste estudo foram obtidos através da aplicação dos testes. A base de dados foi criada com *software* de folha de cálculo (*OpenOffice Calc* 2.4.1) e codificada em SPSS *for Linux* versão 16.0 e em R versão 2.6.2, onde se procedeu à análise. Estes programas são sistemas de análise de dados utilizados para criar tabelas, gráficos e diagramas de distribuições descritivas e análises estatísticas. Nestes programas os procedimentos foram essencialmente de três tipos: cálculo de variáveis, estatística, e inferência estatística.

O teste t de Student permite decidir se a diferença observada entre as médias dos dados recolhidos se pode atribuir a uma causa sistemática. Neste estudo existe uma população reduzida (N=36, 18 pares).

A análise dos resultados, e sua discussão centrou-se em três momentos essenciais. No primeiro momento, procedeu-se à análise geral das diferenças de conhecimentos adquiridos com base na diferença das médias dos resultados do *grupo de controlo* e do *grupo de estudo*. Este momento da análise permite realizar o segundo objectivo do estudo.

O segundo momento debruçou-se sobre a pontuação média obtida pelos alunos nas provas. A análise fez-se por nível de competência. Este momento de análise permitiu apurar se a aplicação de estratégias com jogos didácticos aponta para uma melhoria dos resultados dos alunos, e em que níveis de competências realizando parcialmente o terceiro objectivo do estudo.

O terceiro momento, transversal aos dois objectivos anteriores, teve como base a distribuição por sexo dos alunos de modo a identificar a existência de diferenças significativas.

7.1 Análise das diferenças de conhecimentos

Com esta análise pretende-se verificar os conhecimentos adquirirdos pelos alunos, conforme enuncia o segundo objectivos, tendo em mente a seguinte questão: *Os alunos que desenvolvem actividades educativas com jogos obtêm melhor rendimento escolar a matemática?*

7.1.1 Análise dos resultados do *grupo de controlo*

Com base na utilização do teste t de Student, que permite identificar diferenças estatísticamente significativas entre médias de grupos com amostras emparelhadas foram obtidos os seguintes resultados:
O *grupo de controlo* obteve os resultados apresentados na tabela 7.1.

Tabela 7.1: Estatística descritiva dos resultados do pré-teste e do pós-teste do *grupo de controlo*.

	N	Média	Desvio-padrão
Pré-teste	18	49	12
Pós-teste	18	49	11

Os valores do coeficiente de correlação do momento-produto de Pearson são os apresentados na tabela 7.2.

Tabela 7.2: Coeficiente de correlação do momento-produto de Pearson e significância dos resultados entre os testes do *grupo de controlo*.

N	Correlação	Sig.
18	0,904	0,000

Este coeficiente de 0,904 corresponde a uma forte correlação entre os resultados dos testes, confirmados com um valor de significância de 0,000 para um intervalo de confiança de 95%. Valores que se confirmam com os resultados do teste t de Student apresentados na tabela 7.3.

Tabela 7.3: Teste t de Student de amostras emparelhadas entre os dois testes do *grupo de controlo*.

Média	Desvio-padrão	Erro padrão	Mínimo	Máximo	t	df	Sig. (2 caudas)
0,887	5,230	1,232	-1,713	3,488	0,720	17	0,482

Estes resultados apontam então para a não existência de diferenças estatisticamente significativas entre os dois testes, mesmo com a diferença negativa das médias apresentadas. Pela leitura dos resultados notou-se entretanto uma melhoria na ordem dos 2% das classificações mínimas do pré-teste para o pós-teste no *grupo de controlo*.

7.1.2 Análise dos resultados do *grupo de estudo*

No *grupo de estudo*, os resultados da estatística descritiva foram os apresentados na tabela 7.4.

Tabela 7.4: Estatística descritiva dos resultados do pré-teste e do pós-teste do *grupo de estudo*.

	N	Média	Desvio-padrão
Pré-teste	18	49	12
Pós-teste	18	63	12

Os resultados do coeficiente de correlação do momento-produto de Pearson são apresentados na tabela 7.5.

Tabela 7.5: Coeficiente de correlação do momento-produto de Pearson e significância dos resultados entre os testes do *grupo de estudo*.

N	Correlação	Sig.
18	0,696	0,001

Os resultados do teste t de Student para amostras emparelhadas são apresentado na tabela 7.6.

Tabela 7.6: Teste t de Student de amostras emparelhadas entre os dois testes do *grupo de estudo*.

Média	Desvio-padrão	Erro padrão	Mínimo	Máximo	t	df	Sig. (2 caudas)
-13,732	8,687	2,047	-18,632	-8,832	-5,900	17	$0,000^*$

Este teste aponta para valores estatisticamente significativos de uma evolução nas médias das classificações dos testes dos alunos do *grupo de estudo*, com um aumento de aproximadamente 14%. Outro factor que se salienta é a evolução, mais significativa dos resultados mínimos dos alunos, que aumentaram aproximadamente 19% e dos resultados máximos com um aumento de aproximadamente 9%. Estes resultados são estatisticamente significativos para um intervalo de confiança superior a 95%.

Com base nos valores apresentados por este estudo, verifica-se que, em relação ao segundo objectivo do estudo (*Verificar os conhecimentos adquiridos por alunos de 1º CEB recorrendo a estratégias com a utilização do jogo*) foram produzidos efeitos positivos nos alunos do *grupo de estudo* em relação aos alunos do *grupo de controlo*, verificando-se que a utilização de estratégias com recurso a jogos promovem um aumento dos conhecimentos adquiridos. Na análise das classificações máximas e mínimas, verificou-se que, enquanto que no *grupo de controlo*, aumentaram as classificações mínimas na ordem dos 2%, mas as classificações máximas reduziram-se em cerca de 4%, no *grupo de estudo* existiram evoluções significativas na ordem dos 19% e 9% respectivamente.

7.1.3 Análise dos resultados dos pós-testes entre os dois grupos

Procedeu-se também à análise de diferenças significativas entre as médias dos pós-testes nos dois grupos, seguindo a mesma estrutura indica-se na tabela 7.7. a estatística descritiva:

Tabela 7.7: Estatística descritiva dos resultados dos pós-testes referentes aos dois grupos em estudo.

	N	Média	Desvio-padrão
Pós-teste (*grupo de controlo*)	18	49	11
Pós-teste (*grupo de estudo*)	18	63	12

Os resultados do coeficiente de correlação do momento-produto de Pearson apresentados na tabela 7.8. confirmam estatisticamente as conclusões anteriores, reforçando a noção de que existem diferenças entre as médias dos dois pós-testes.

Tabela 7.8: Coeficiente de correlação do momento-produto de Pearson e significância dos resultados entre os pós-testes dos dois grupos em estudo.

N	Correlação	Sig.
18	0,784	0,000

E os resultados do teste t de Student para amostras emparelhadas apresentado na tabela 7.9.

Tabela 7.9: Teste t de Student de amostras emparelhadas entre os pós-testes dos dois grupos.

Média	Desvio-padrão	Erro padrão	Mínimo	Máximo	t	df	Sig. (2 caudas)
-14,619	7,982	1,881	-18,589	-10,649	-7,800	17	$0,000^*$

7.1.4 Conclusão

Em conclusão, os dados permitem reforçar a questão colocada com base no objectivo 2: *Verificar os conhecimentos adquiridos por alunos de 1º CEB recorrendo a estratégias com a utilização do jogo.*

- Não existem diferenças estatisticamente significativas entre os dois grupos no estudo, na fase inicial.
- Não existem diferenças estatisticamente significativas entre as médias dos resultados dos alunos do *grupo de controlo* do pré-teste para o pós-teste, havendo ainda uma redução de aproximadamente 1% na média do pós-teste.
- Existem diferenças estatisticamente significativas entre as médias dos resultados dos alunos do *grupo de estudo* do pré-teste para o pós-teste, salientando-se um aumento de aproximadamente 14% na média dos resultados.
- Existem diferenças estatisticamente significativas entre as médias dos resultados dos pós-testes, na fase final do estudo, tendo o *grupo de estudo* uma diferença positiva na ordem dos 14% em relação à média dos resultados dos pós-testes do *grupo de controlo*.

Pretendeu-se aprofundar a análise dos dados recolhidos, efectuando para isso um estudo por níveis de competências, análise essa efectuada na secção seguinte.

7.2 Análise das diferenças por níveis de competência

Como forma de realizar o terceiro objectivo do estudo (*identificar os principais níveis de competências matemáticas favorecidas pelo ensino e aprendizagem com recurso a jogos*), foram estudadas as diferenças das médias dos resultados por nível de competência (referenciados no capítulo 5) que pretendiam responder à seguinte questão: *A utilização de jogos para o ensino da matemática é transversal a todos os níveis de competência estudados?*

7.2.1 Análise dos resultados do *grupo de controlo*

Os resultados dos coeficientes de correlação do momento-produto de Pearson para o *grupo de controlo*, separados por níveis de competência são os apresentados na tabela 7.10.

Tabela 7.10: Coeficientes de correlação do momento-produto de Pearson e grau de significância da diferência média das classificações obtidas pelos alunos do *grupo de controlo* entre o pré-teste e o pós-teste.

Nível de Competência	Correlação	Sig.
1. Reprodução, definições e cálculo	0,373	0,127
2. Conexões e integração	0,701	0,001
3. Matematização, pensamento matemático, generalização e *insight*	0,625	0,006

Apesar de apresentar dois níveis com coeficientes de correlação do momento-produto de Pearson superiores a 0,5 a relação verificada entre as duas variáveis (coeficiente de correlação e significância) não é estatisticamente significativa conforme se verifica também na tabela 7.11. que apresenta as diferenças das médias das classificações parciais obtidas por item e por nível de competência entre o pré-teste e o pós-teste no *grupo de controlo*.

Tabela 7.11: Estatística descritiva dos resultados do pré-teste e do pós-teste referentes ao *grupo de controlo*, por nível de competência.

	Média	Desvio-padrão	Erro padrão da média
Nível de Competência 1			
Pré-teste	63	15	4
Pós-teste	78	12	3
Nível de Competência 2			
Pré-teste	61	17	4
Pós-teste	52	14	3
Nível de Competência 3			
Pré-teste	31	14	3
Pós-teste	26	16	4

Conforme se verifica na tabela 7.11, não existe nenhuma tendência acentuada nas relações das médias das classificações dos alunos do *grupo de controlo*, apesar de se notar uma tendência para obterem médias de classificação mais baixas no pós-teste em todas as questões de nível de competência 2, único nível onde se encontram valores de correlação de momento-produto de Pearson estatisticamente significativos. Uma tendência para obterem melhores médias nas classificações das questões de nível de competência 1 e, uma tendência de descida das médias, mas menos acentuadas nas classificações de nível de competência 3.

Com base nos resultados do teste t de Student para amostras emparelhadas existem valores estatisticamente significativos com um intervalo de confiança de 95% nas competências de nível um e dois, tal como se verifica na tabela 7.12.

Tabela 7.12: Teste t de Student de amostras emparelhadas entre as médias das classificações por níveis de competência do *grupo de controlo*.

Nível	Média	Desvio-padrão	Erro padrão	Mínimo	Máximo	t	df	Sig. (2 caudas)
1	-14,700	15,185	3,579	-22,251	-7,148	-4,107	17	0,001
2	9,263	12,166	2,867	3,212	15,313	3,230	17	0,005
3	4,313	13,189	3,108	-2,245	10,872	1,388	17	0,183

Da análise decorrente da leitura dos valores obtidos pelo teste t de Student para amostras emparelhadas salienta-se o aumento da médias das questões de nível de competência 1 em aproximadamente 15%, mas mais significativo é o aumento nos valores mínimos (sobe de 22%) e dos valores máximos na ordem dos 7%. Sendo este o nível mais baixo das competências (mais operacional) esperar-se-ia tais valores obtidos pelo grupo de controlo. Em oposição a estes resultados, nas competências de nível 2 existe uma quebra de cerca de 9% salientando-se a queda dos valores máximos na ordem dos 15%.

As questões do terceiro nível de competência apresentam resultados opostos, pois apesar dos valores da média diminuirem perto de 4%, os seus valores mínimos aumentam na casa dos 2% e os valores máximos diminuem na casa dos 11% aumentando a dispersão de resultados, conforme também se verifica no desvio-padrão com valores superiores a 10% em todos os níveis de competência.

Com base nestes dados pode-se assumir algumas conclusões:

- Existem diferenças estatisticamente significativas entre as médias dos resultados nas questões de nível de competência 1 e 2 no *grupo de controlo*.
- Existe uma tendência para um aumento nas médias da classificação para as questões de nível de competência 1.
- Existe uma tendência para uma diminuição nas médias da classificação para as questões de nível de competência 2.
- Nas questões de nível de competência 3 os dados recolhidos são inconclusivos.

7.2.2 Análise dos resultados do *grupo de estudo*

Os resultados dos coeficientes de correlação do momento-produto de Pearson para o *grupo de estudo*, separados por níveis de competência são os apresentados na tabela 7.13.

Tabela 7.13: Coeficientes de correlação do momento-produto de Pearson e grau de significância da diferência média das classificações obtidas pelos alunos do *grupo de estudo* entre o pré-teste e o pós-teste.

Nível de Competência	Correlação	Sig.
1. Reprodução, definições e cálculo	0,219	0,382
2. Conexões e integração	0,669	0,002
3. Matematização, pensamento matemático, generalização e *insight*	0,553	0,017

Apesar de apresentar dois níveis com coeficientes de correlação do momento-produto de Pearson ligeiramente superiores a 0,5 a relação verificada entre as duas variáveis (coeficiente de correlação e significância) não é estatisticamente significativa conforme se verifica também na tabela tabela 7.14. que apresenta as diferenças das médias das classificações parciais obtidas por item e por nível de competência entre o pré-teste e o pós-teste no *grupo de estudo*.

Tabela 7.14: Estatística descritiva dos resultados do pré-teste e do pós-teste referentes ao *grupo de estudo*, por nível de competência

	Média	Desvio-padrão	Erro padrão da média
Nível de Competência 1			
Pré-teste	57	16	4
Pós-teste	79	7	2
Nível de Competência 2			
Pré-teste	59	18	4
Pós-teste	76	17	4
Nível de Competência 3			
Pré-teste	44	11	3
Pós-teste	45	20	5

Conforme se verifica na tabela 7.14, existe uma tendência acentuada nas relações das médias das classificações dos alunos do *grupo de estudo*, notando-se um aumento das médias de classificação em todos os níveis, sendo estes aumentos acentuados nas questões de nível de competência 1 e 2.

Com base nos resultados do teste t de Student para amostras emparelhadas existem valores estatisticamente significativos com um intervalo de confiança de 95% nas competências de nível um e dois, tal como se verifica na tabela 7.15.

Tabela 7.15: Teste t de Student de amostras emparelhadas entre as médias das classificações por níveis de competência do *grupo de estudo*.

Nível	Média	Desvio-padrão	Erro padrão	Mínimo	Máximo	t	*df*	Sig. (2 caudas)
1	-22,456	15,796	3,723	-30,312	-14,601	-6,032	17	0,000
2	-17,277	14,501	3,418	-24,489	-10,066	-5,055	17	0,000
3	-0,466	16,271	3,835	-8,558	7,624	-0,122	17	0,905

Da análise decorrente da leitura dos valores obtidos pelo teste t de Student para amostras emparelhadas salienta-se o aumento da médias das questões de nível de competência 1 e 2 com valores superiores a 15%. Ainda mais significativos são os aumentos dos valores mínimos (superiores a 20%) e máximos (superiores a 10%) que evidenciam ganhos substanciais no desempenho dos alunos nestes níveis de competências.

As questões do terceiro nível de competência apresentam resultados opostos, pois os valores da média aumentam somente à volta de meio ponto percentual, mas os seus valores mínimos aumentam acima dos 8% e os valores máximos diminuem na casa dos 7% aproximando os seus resultados.

7.2.3 Conclusões

Tendo em conta os resultados do primeiro momento da análise referentes ao segundo objectivo estes resultados estão em concordância evidenciando a influência que os jogos podem trazer para os vários níveis de competência estudados conforme enunciado na questão colocada pelo terceiro objectivo.

Com base nestes dados podem-se assumir algumas conclusões:

- Existem diferenças estatisticamente significativas entre as médias dos resultados por nível de competência 1 e 2 no *grupo de estudo*.
- Existe uma tendência para um aumento nas médias da classificação para as questões de nível de competência 1.
- Existe uma tendência para um aumento nas médias da classificação para as questões de nível de competência 2.
- Não existem dados definidos para as médias das classificações nas questões de nível de competência 3.

Assim pode-se concluir que da análise aos objectivos:

2º objectivo Verificar os conhecimentos adquiridos por alunos de 1º CEB recorrendo a estratégias com a utilização do jogo.

3º Objectivo Identificar os principais níveis de competências matemáticas favorecidas pelo ensino e aprendizagem com recurso a jogos.

- Os alunos envolvidos no *grupo de estudo* aumentaram as médias dos resultados em relação aos alunos envolvido no *grupo de controlo*.

- Nas questões de nível de competência 1, os alunos envolvidos no *grupo de estudo* aumentaram as médias dos resultados de forma mais significativa do que os alunos envolvidos no *grupo de controlo* com uma diferença acima dos 7%.
- Nas questões de nível de competência 2, os alunos envolvidos no *grupo de estudo* aumentaram as médias dos resultados de forma significativa com uma diferença acima dos 25%.
- Não é possível identificar uma tendência generalizada por área disciplinar tendo em conta o número de questões envolvidas.

7.3 Análise das diferenças entre os resultados dos rapazes e raparigas

Este terceiro momento da análise centra-se na análise das diferenças entre os resultados dos rapazes e das raparigas de cada um dos grupos envolvidos no estudo como forma de responder à segunda parte do terceiro objectivo: *pretende-se ainda verificar a existência de diferenças entre sexos.* Para esta análise utilizou-se o teste de sinais de Wilcoxon conforme referenciado no capítulo 5 para verificar o impacto das diferenças dos resultados. Respondendo à seguinte questão: *Existem diferenças entre os sexos na aprendizagem da matemática?*

O *grupo de controlo* obteve os resultados apresentados na tabela 7.16.

Tabela 7.16: Estatística do teste de sinais de Wilcoxon referentes ao *grupo de controlo* separados por sexo.

Sexo		Nível 1	Nível 2	Nível 3
Masculino	Z	$-2,454^a$	$-2,360^b$	$-0,102^a$
	Sig. (2 caudas)	0,014	0,018	0,918
Feminino	Z	$-1,970^a$	$-1,546^b$	$-1,546^b$
	Sig. (2 caudas)	0,049	0,122	0,122

a- baseado em classes positivas; b- baseado em classes negativas.

Com base nos resultados da tabela 7.16 não se verificam diferenças estatisticamente significativas, não existindo variações entre os rapazes e as raparigas do *grupo de controlo.*

Já no *grupo de estudo* os resultados são os apresentados na tabela 7.17.

Tabela 7.17: Estatística do teste de sinais de Wilcoxon referentes ao *grupo de estudo* separados por sexo.

Sexo		Nível 1	Nível 2	Nível 3
Masculino	Z	$-2,812^a$	$-2,098^b$	$-0,051^b$
	Sig. (2 caudas)	$0,005^*$	0,036	0,959
Feminino	Z	$-2,410^a$	$-2,533^a$	$-0,426^b$
	Sig. (2 caudas)	0,016	0,011	0,670

a- baseado em classes positivas; b- baseado em classes negativas.

Para além de existir um resultado estatisticamente significativo nos rapazes do *grupo de estudo* nas questões de nível de competência 1, todos os valores em todos os níveis de competência aumentam (apesar de não existirem testes estatísticos que o confirmem) só existindo resultados mistos nos rapazes do *grupo de estudo* no nível de competência 3.

7.3.1 Conclusão

Com base nos valores apresentados por este estudo, só se verificam diferenças estatisticamente significativas nos rapazes do *grupo de estudo* e nas questões de competência 1, não se verificando diferencas estatisticamente significativas nas médias de resultados entre sexos nos restantes agrupamentos.

Estes dados permitem responder à segunda parte do terceiro objectivo apontando para a conclusão da não existência de diferenças estatisticamente significativas entre os dois sexos tal como foi concluído por Bright, Harvey e Wheeler (NCTM, 1985).

Capítulo 8

Conclusão

O debate sobre o persistente insucesso na Matemática continua a ser hoje, essencialmente, uma discussão sobre a sua implementação e não falta quem afirme que a questão é menos de inovação e de conhecimento e mais uma questão de abordagens diferentes a nível didáctico.

As questões referentes a estratégias de ensino e de aprendizagem e a instrumentos didácticos e pedagógicos estão assim, na ordem do dia. Assim a Didáctica da Matemática tende a aplicar-se com mais ênfase. Utilizando como suportes conceptuais da investigação as teorias de Huizinga, Caillois, Piaget e Vygotsky a investigação dirigiu-se, em termos globais, para o problema da escolha de estratégias didácticas para a prática pedagógica.

Constituiu objectivo central da investigação a análise e a necessidade de conhecer o jogo enquanto elemento cultural e didáctico. Evidenciou-se nesta análise que o jogo didáctico representa uma actividade lúdica que motiva o aluno para uma aprendizagem significativa, nomeadamente na aquisição e compreensão de conceitos. Pretendendo-se clarificar e aprofundar questões levantadas por estudos anteriormente realizados (Bright, Harvey e Wheeler, 1995 e Grando, 1995, 2000), manteve-se como preocupação fundamental a pesquisa de práticas pedagógicas que, sem diminuir os níveis de exigência conceptual, contribuam para um melhor aproveitamento escolar dos alunos, nomeadamente na disciplina de Matemática.

De um ponto de vista teórico/metodológico, a investigação envolveu uma operacionalização empírica que se pretendia extensiva e pormenorizada dos conceitos de jogo e de jogo didáctico e compreendeu metodologias de natureza quantitativa e experimental, seguindo uma concepção operacional que evidentemente não consegue privilegiar toda a profundidade da análise necessária ao tema.

Pretendendo assim obter respostas aos objectivos enunciados no início do estudo:

Este estudo visa três objectivos:

1º Objectivo Desenvolver metodologias de ensino que permitam a utilização de jogos na aula de matemática do 1º Ciclo do Ensino Básico (1ºCEB).

2º Objectivo Verificar os conhecimentos adquiridos por alunos de 1º CEB recorrendo a estratégias com a utilização do jogo.

3º Objectivo Identificar as principais competências matemáticas favorecidas pelo ensino e aprendizagem com recurso a jogos.

Dentro do terceiro objectivo, pretende-se ainda verificar a existência de diferenças entre sexos nos conhecimentos adquiridos.

8.1 Principais conclusões do estudo

Tendo como quadro conceptual de referência as teorias enunciadas no enquadramento teórico, partiu-se da ideia que o jogo é um recurso tão, ou mais válido, para o ensino e para a aprendizagem da Matemática, mas que o ensino da disciplina, de um modo geral, tende a valorizar uma visão mais instrucional.

Duas turmas do 1º CEB participaram no estudo para determinar a eficácia de práticas pedagógicas baseadas numa abordagem com jogos didácticos. Estes alunos foram separados em dois grupos. Uma parte dos alunos submeteu-se a actividades com jogos didácticos. Este tornou-se o *grupo de estudo*.

Quando se iniciou o estudo, os alunos foram submetidos a um teste de Matemática baseado no programa oficial. Este teste serviu como pré-teste. Todos os alunos prosseguiram com as aulas, mas o *grupo de estudo* recebeu adicionalmente actividades com jogos didácticos como tratamento experimental por um período de 5 semanas. No final desse período, todos os alunos foram submetidos a outro teste de Matemática, desta vez servindo de pós-teste.

A análise dos grupos demonstrou um aumento estatisticamente significativo, acima dos 13%, nas classificações do *grupo de estudo* sobre o *grupo de controlo*.

Das análises efectuadas aos dados recolhidos nos testes de avaliação de conhecimentos de Matemática pelos alunos seleccionados e emparelhados; e ainda dos registos efectuados pela observação e implementação das actividades ao longo das várias sessões salientam-se algumas conclusões.

- Primeiro, existiram diferenças estatisticamente significativas nos resultados obtidos pelos dois grupos de alunos. Os alunos do grupo envolvidos na experiência obtiveram melhores resultados no pós-teste. Conclui-se assim que o conjunto de actividades lúdicas implementadas obteve efeitos na aprendizagem dos conceitos e ideias matemáticas.

- Segundo, a aquisição desses conceitos, foi facilitada pelo tipo de actividades que os alunos realizaram nomeadamente em níveis de competência mais baixos (nível 1 e 2).

Com base nas análises efectuadas neste estudo, alguns aspectos merecem ser salientados e apropriados para a utilização dos jogos na aula de Matemática.

O resumo dos resultados do estudo pode ser visualizado na tabela 8.1. Um sinal $+$ indica que os alunos obtiveram um aumento da média das classificações do pré-teste para o pós-teste (estando assinalados também os resultados estatisticamente significativos), um sinal $-$ indica que os alunos diminuiram a média das suas classificações do pré-teste para o pós-teste.

Tabela 8.1: Resumo das diferenças nos resultados entre o pré-teste e o pós-teste.

	Grupo de Controlo			*Grupo de Estudo*		
	Rapazes	Raparigas	Geral	Rapazes	Raparigas	Geral
1. Reprodução, definições e cálculo	+	+	$+^{*}$	$+^{*}$	+	$+^{*}$
2. Conexões e integração	-	-	-	-	+	$+^{*}$
3. Matematização, pensamento matemático, generalização e *insight*	+	-	-	-	-	-
Total	+	-	-	-	+	$+^{*}$

Os jogos são eficazes para o desenvolvimento de competências básicas na área da Matemática e podem ser utilizados juntamente com outras estratégias para potenciar a aquisição de conceitos de níveis mais elevados quer de outro modo são de difícil aquisição.

Pode-se supor que o facto de teoricamente o jogo ser um problema em movimento não influencia a aquisição de certas competências seleccionadas para o estudo.

Da mesma forma julga-se que os jogos têm um impacto positivo ao nível da motivação, promovendo, por um lado, a expressão de sentimentos positivos em relação à Matemática e por outro o interesse pela disciplina. Esta alegação fundamenta-se nos resultados observados para o grupo experimental, corroborando de algum modo o conceito de ZDP desenvolvido por Vygotsky.

Considerando a forma como os jogos podem ser utilizados no ensino e na aprendizagem da Matemática, existe a possibilidade de providenciar ambientes lúdicos que reajam de forma previsível para auxiliar o alunos a construir e testar as suas próprias construções mentais.

Com base nos dados recolhidos nesta investigação, na análise efectuada e nas conclusões a que se chegou algumas linhas orientadoras podem ser abordadas sobre a utilização de jogos no ensino e na aprendizagem da Matemática. Os jogos podem ser eficazes para mais situações do que somente o exercício de competências, mas os dados recolhidos também indicam que a sua utilização não é a única estratégia válida para a aula de Matemática.

8.2 O contributo da investigação para a problemática em estudo

O desenvolvimento de práticas pedagógicas, bem como de estratégias didácticas com características favoráveis à aquisição de competências adequadas a um desempenho eficiente dos alunos, em contexto escolar de aprendizagem científica constituiu o foco fundamental da investigação realizada.

Relativamente ao problema em estudo, pensa-se que os resultados da investigação deram um contributo para a sua exploração, uma vez que permitiram evidenciar em que medida a utilização de estratégias diferentes das consideradas como tradicionais, que caracterizam as modalidades de prática pedagógica na aula de Matemática, conduzem ao acesso diferenciado dos conceitos e competências matemáticas em contexto de aprendizagem.

Muitos professores sentem-se ameaçados pelos jogos, não se envolvendo com o que consideram uma cultura menor. Consideram o jogo como um corte com os valores tradicionais do ensino, promovendo comportamentos anti-sociais e individualistas. O debate sofre de ideias preconcebidas que resultam de uma atitude simplista: Na aula é que se aprende, não é por intermédio de jogos.

Há uma necessidade urgente de objectivar a discussão. Os professores necessitam de aprender com a indústria dos jogos e seleccionar os componentes que auxiliam a motivar, ensinar e reter a aprendizagem. A dificuldade reside não nas novas abordagens, mas sim nos preconceitos existentes nas antigas.

Do ponto de vista da intervenção pedagógica, o estudo ressalta a necessidade de promover uma aprendizagem lúdica que contribua para o desenvolvimento de conhecimentos e competências cognitivas potenciadoras de uma mudança efectiva das atitudes dos alunos perante a disciplina de Matemática.

O jogo didáctico em Matemática pode ainda desenvolver uma imagem conceptual de pensamento avançado em sequências diferentes dos métodos de memorização e rotina.

Por outro lado os jogos didácticos podem também ser utilizados como instrumentos auxiliares juntamente com outras estratégias, factor que pode ser igualmente importante e que potencia o recurso à resolução de problemas como estratégia.

Futuros estudos são necessários para determinar o tempo que o material aprendido durante o jogo didáctico é lembrado.

Levantaram-se com esta investigação algumas questões de, primeiro, sobre a necessidade de existirem mais estudos relacionados com jogos didácticos na aula de Matemática. Alguns jogos didácticos são eficazes, mas não se sabe porquê, ou não está ainda explorado. Outra porta aberta para futuras investigações é o facto dos jogos de computador estarem tão difundidos actualmente na sociedade relacionando com a sua utilização em ambiente escolar. Uma vez que os alunos passam tanto tempo livre jogando, será possível incorporar jogos deste tipo na escola?

O estudo destes efeitos está numa fase preliminar. *Será o jogo didáctico um mero veículo de transmissão de conhecimentos?* Contudo, se o utilizarmos para fomentar capacidades e competências sociais ou para ajustar o nível de dificuldade do desafio, então questões interessantes se levantam sobre o modo como os alunos processam informação e tomam decisões durante o jogo.

Caso se consiga extrair do jogo as suas virtudes, podem-se realizar abordagens realistas gerando mais competências. Espera-se que este estudo ajude a ultrapassar alguns preconceitos sobre o jogo didáctico e que os professores se sintam tentados a experimentar e a ajustar a quantidade inúmera de jogos que está ao seu dispor. Claro que não existem garantias que um determinado jogo tenha sucesso num determinado grupo para um determinado conteúdo, mesmo no presente estudo nem todos os jogos foram eficazes. Mas muitos são.

8.3 Recomendações

Parece assim fundamental a identificação de novas estratégias didácticas que conduzam à realização de actividades interessantes e motivadoras na Matemática, referindo o ensino prático e activo que fomente nos alunos capacidades e o desenvolvimento de competências de raciocínio e de cálculo. Neste caso os jogos didácticos, as actividades lúdicas, os laboratórios e os clubes podem, sem dúvida, dar um importante contributo para atingir tal meta.

Os resultados deste estudo questionam a não utilização de jogos didácticos. Embora a presente investigação não tenha sido realizada sempre com material estruturado como opção, os aproveitamentos diferentes dos alunos, sujeitos a condições de testagem diferentes, sugere que dois grupos atribuíram significados diferentes à situação de testagem. Esta ideia de que a condição de testagem foi sentida de maneira diferente parece aceitável à luz do enquadramento teórico de acordo com a aceitação do factor motivação como característica do jogo.

Os tempos mudaram, as novas tecnologias e os jogos didácticos estão no coração das discussões, mas a questão mantém-se, contudo, pois a vasta maioria dos agentes educativos são ensinados para não utilizar jogos, e têm mesmo uma aversão intrínseca a este tipo de inovações. Muitos professores sentem-se ameaçados pelos jogos e pela cultura do jogo. Vêm os jogos como desfiguradores dos valores educativos tradicionais, promotores de comportamentos solitários e anti-sociais. A questão sofre com base em ideias preconcebidas sobre jogos de computador que resulta numa atitude simplista.

Existem factores pedagógicos que são fortes nos jogos contudo fracos na educação tradicional. Se o professor isolar esses factores e os aplicar ao processo de ensino e de aprendizagem, ocorrerão progressos pedagógicos significativos.

Numa época em que, em Portugal, os primeiros níveis de escolaridade estão a ser objecto de reflexões e alterações e o ensino pré-escolar oficial está no início, é indispensável ter em consideração os processos de prática pedagógica e de estratégias didácticas, torna-se indispensável uma profunda reflexão e intervenção fundamentada sobre os efeitos que essas práticas possam vir a ter sobre o desenvolvimento global dos nossos alunos.

A leitura que se fez dos resultados obtidos e as conclusões a que se chegou conduzem a uma reflexão sobre essas mesmas práticas e estratégias didácticas de ensino e de aprendizagem da Matemática, considerando à partida sempre a necessidade de mais estudos.

Finalmente, torna-se necessário salientar que as conclusões e sugestões apresentadas são baseadas no estudo desenvolvido até agora, estando focado sobre o rendimento dos alunos exclusivamente de 1º CEB. Contudo o trabalho feito deixou ainda muitas interrogações, indicando caminhos para investigações futuras. Seria, por exemplo, importante estender a investigação a outras escolas, regiões e mesmo a outros níveis de ensino. Também outras metodologias deveriam ser exploradas, desta forma, algumas das hipóteses apresentadas podem, em futuras investigações, ser aprofundadas, e possivelmente validadas.

Esta investigação decorreu no contexto de actividades realizadas com alunos do terceiro ano do 1º CEB. Foi efectuado em horário escolar, num período curto e com um número limitado de sessões e actividades. Seria importante efectuar investigações de longo prazo, no sentido de averiguar os seus efeitos.

Em conclusão, salientam-se alguns aspectos que se consideram positivos relativamente à implementação de estratégias de jogo didáctico, os quais se julgam possíveis de contribuir para o sucesso na Matemática. Alguns destes aspectos prendem-se com questões de relação, ao passo que outros têm a ver com actividades diferenciadas criadas para os participantes. Assim, sublinham-se as seguintes: a opção por metodologias activas, que proporcionaram o envolvimento dos participantes no decorrer das sessões; o facto de a implementação ter decorrido num contexto familiar, conhecido dos participantes (a sala de aula).

Esta investigação corresponde, como qualquer outra, a um trabalho inacabado. A partir dela inicia-se um novo ciclo que se pretende frutuoso.

Referências

Agostini, A. (2001). *Homo Ludens: on the play-element in inductive logic*. Visualizado em 23 de Julho de 2002 em http://citeseer.nj.nec.com/agostini01homo.html

Aguado, G. (1999). *Homo Ludens – Designing tomorrow's games*. Madrid: Faculdade de Informática, Montegancedo. (policopiado).

Alencar, E.S. (1990). *Como desenvolver o potencial criador, um guia para a libertação da criatividade em sala de aula*. 6ª edição. Petrópolis: Vozes.

Alrwais, A. M. (2000). *The relationship among eighth-grade students' creativity, attitudes, school grade and their achievements in mathematics in Saudi Arabia*. Visualizado em 25 de Julho de 2002 em http://wwwlib.umi.com/dissertations/fullcit/9985827

Alsina, À. (2004). *Desenvolvimento de competências matemáticas com recursos lúdico--manipulativos para crianças dos 6 aos 12 anos*. Porto: Porto Editora.

Alves, A.S. (1999). Notas sobre a nova reforma curricular. *Boletim da Sociedade Portuguesa da Matemática, 40*, 5-13.

Alves, E. M. S. (s.d.). *Regras: o limite do pode não pode em actividades lúdicas matemáticas*. Universidade Federal de Sergipe. Visualizado em 24 de Setembro de 2002 em http://www.anped.org.br/1901p.htm

Amaral, H. (2003). *Actividades investigativas na aprendizagem da matemática no 1º Ciclo*. Dissertação de Mestrado em Educação, especialidade Didáctica da Matemática, Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Ambrósio, T. (1998). *Investigar/formar/inovar, Um percurso integrado para uma mudança reflexiva na educação*. (policopiado) Lisboa: FCT-UNL.

American Psychiatric Association (1980). *Diagnostic and statistical manual of mental disorders*. 3ª Edição. Washington DC: APA.

Andrews, S. F. (2000). *Critical thinking in South Dakota public schools grades 3, 4 and 5: The influence of teacher's behaviours perceptions and attitudes.* Visualizado em 28 de Agosto de 2003 em http://wwwlib.umi.com/dissertations/fullcit/9966654

Asseri, M. M. (2000). *An investigation of the relationship between students' formal level of cognitive development, learning styles and mathematics achievement in eleventh grade in Abha, Saudi Arabia.* Visualizado em 25 de Julho de 2002 em http://wwwlib.umi.com/dissertations/fullcit/9980397

Astolfi, J-P., Peterfalvi, B. e Vérin, A. (2001). *Como as crianças aprendem as ciências.* Lisboa: Instituto Piaget.

Avanzini, G. (1978a). *A pedagogia no século XX, 1º volume: História contemporânea das ciências humanas.* Lisboa: Moraes Editores.

Avanzini, G. (1978b). *A pedagogia no século XX, 2º volume: História contemporânea das ciências humanas.* Lisboa: Moraes Editores.

Ballone, G. L. (2003). *Jogo compulsivo ou patológico.* Visualizado em 15 Julho de 2004 em http://gballone.sites.uol.com.br/temas/jogo.html

Bandet, J. E. e Sarazanas, R. (1973). *A criança e os brinquedos.* Lisboa: Editorial Estampa.

Barral, M. e Vieira, L. S. (s.d.). *Grafismos e Labirintos – Ensino Pré-Primário e Primário: Exercícios preparatórios para a escrita e desenvolvimento do raciocínio 1.* Lisboa: Edições Biéme.

Barral, M. e Vieira, L. S. (s.d.). *Grafismos e Labirintos – Ensino Pré-Primário e Primário: Exercícios preparatórios para a escrita e desenvolvimento do raciocínio 2.* Lisboa: Edições Biéme.

Barthélemy, G. (2003). *2500 Anos de Matemática – A evolução das ideias.* Lisboa: Instituto Piaget.

Bauersfeld, H. (2000). Research in Mathematics Education – Who benefits? *International Reviews on Mathematical Education*, 32(4), 95-100.

Bauersfeld, H. (1980). Hidden dimensions in the so-called reality of a mathematics classroom. *Educational studies in mathematics*, 11, 23-41.

Berloquin, P. (1991a). *100 Jogos lógicos.* 2ª Edição. Lisboa: Gradiva.

Berloquin, P. (1991b). *100 Jogos numéricos.* Lisboa: Gradiva.

Biheler, R., Scholz, R. W., Sträßer, R. e Winkelmann, B. (1994) (Eds). *Didactics of mathematics as a scientific discipline*. Holanda: Kluwer Academic Publishers.

Bishop, A. J. (1991). *Mathematical enculturation: a cultural perspective on mathematics education*. Holanda: Kluwer Academic Publishers.

Bogdan, R. C. e Biklen, S. K. (1999). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora.

Boll, M. (1989). *As etapas da matemática*. 3ª Edição. Lisboa: Europa-América.

Bonafé, M. (s.d.). *Zoltan Dienes e o movimento da matemática moderna no ensino primário*. Mestrado Académico em Educação Matemática: PUC- SP – GHEMAT (Policopiado).

Borralho, A., Monteiro, C. e Espadeiro, R. (Org.) (2004). *A matemática na formação do professor*. Porto: Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.

Bota, I. e Colibaba-Evulet, D. (2001). *Jogos desportivos colectivos – teoria e metodologia*. Lisboa: Instituto Piaget.

Brickman, N. A. e Taylor, L. S. (1996). *Aprendizagem activa – ideias para o apoio às primeiras aprendizagens*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Bright, G. W., Harvey, J. G. e Wheeler, M. M. (1985). *Learning and mathematics games*. Journal for Research in Mathematics Education. Monograph number 1. Reston: NCTM.

Brígida, R. (Coord.) (2001). *Educação pré-escolar – livro base 4/5 anos*. Lisboa: Texto Editora.

Brown, M., Fernandes, D., Matos, J. F. e Ponte, J. P. (1982). *Educação matemática*. Lisboa: IIE.

Brun, J. (Dir.) (2000). *Didáctica das matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget.

Bruter, C. P. (2000). *Compreender as matemáticas, as dez noções fundamentais*. Lisboa: Instituto Piaget.

Cabral, A. (2001). *O jogo no ensino*. Lisboa: Notícias Editores.

Caillois, R. (1990). *Os jogos e os homens, a máscara e a vertigem*. Lisboa: Cotovia.

Caraça, B. J. (1998). *Conceitos fundamentais da matemática*. Lisboa: Gradiva.

Carmo, H. e Ferreira, M. M. (1998). *Metodologia da investigação, guia para auto-aprendizagem*. Lisboa: Universidade Aberta.

Carreira, A., Pinto, G. e Sousa, B. (2002). *Cálculo de probabilidade*. Lisboa: Instituto Piaget.

Centre for Innovation in Mathematics Teaching (1999). *Games in the classroom*. Visualizado em 21 de Janeiro de 2003 em http://www.ex.ac.uk/cimt/res2/gameclas.thm

César, M. (1997). Interacção entre pares e resolução de tarefas matemáticas. *Actas do VI Seminário de Investigação em Educação Matemática*, pp.225-240. Lisboa: APM.

Chateau, J., (1975). *A criança e o jogo*. Coimbra: Atlântica Editora.

Chateau, J. (1987). *O Jogo e a criança*. São Paulo: Summus Editorial.

Chaves, J. H. (1994). Implicações curriculares da inserção do jogo na educação cognitiva. *Perspectivar Educação, 1*, 16-19.

Cobb, P., Wood, T., Yakel, E. e McNeal, B. (1992). Characteristics of classroom mathematics traditions: an interactional analysis. *American Educational Research Journal, 29*(3), 573-607.

Collares, D. (2003). *Epistemologia genética e pesquisa docente – estudo das acções no contexto escolar*. Lisboa: Instituto Piaget.

Comissão da Reforma do Sistema Educativo (1987). *Documentos preparatórios – I*. Lisboa: ME.

Costa, M., Costa, E. e Covita, J. (Coords.) (1995). *Matemática 1º ciclo, sugestões de actividades*. Lisboa: DEB.

D'Ambrósio, U. (2000). *Mathematics education and the denial of knowledge*. Visualizado em 15 de Março de 2002 em http://sites.uol.com.br/vello/damerow.htm

D'Ambrósio, U. (1999a). *Las ideas fundamentales de suporte al programa de etnomatemática en la naturaleza de matemática y las metas de la educatión*. Visualizado em 15 de Março de 2002 em http://sites.uol.com.br/vello/bolivia.htm

D'Ambrósio, U. (1999b). *O programa etnomatemática e questões historiográficas e metodológicas*. Visualizado em 15 de Março de 2002 em http://sites.uol.com.br/filosofia.htm

D'Ambrósio, U. (1999c). *Diagnóstico das condições da sala de aula*. Visualizado em 15 de Março de 2002 em http://sites.uol.com.br/vello/becker.htm

Damião, M. H. (1997). *De aluno a professor*. Coimbra: Minerva.

Davis, P. J. e Hersh, R. (1995). *A experiência matemática.* Lisboa: Gradiva.

Delors, J. (org.) (1996). *Educação: Um tesouro a descobrir; relatório para a UNESCO da Comissão Internacional sobre Educação para o século XXI.* 2ª Edição. Lisboa: ASA.

Departamento da Educação Básica (2001). *Currículo nacional do ensino básico – competências essenciais.* Lisboa: Departamento da Educação Básica, Ministério da Educação.

Descartes, R. (1992). *O discurso do método.* Porto: Porto Editora.

Desnaies, B. (1997). *Metodologia da investigação em ciências humanas.* Lisboa: Instituto Piaget.

Devlin, K. (2002). *Matemática, a ciência dos padrões – a procura de uma ordem na vida, na mente e no universo.* Porto: Porto Editora.

D´Hainaut, L. (1997). *Conceitos e métodos da estatística – volume I – uma variável a uma dimensão.* 2ª Edição. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

D´Hainaut, L. (1992). *Conceitos e métodos da estatística – volume II – duas ou três variáveis segundo duas ou três dimensões.* Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Dienes, Z. P. (2007). Some thoughts on the dynamics of learning mathematics. *The Montana Mathematics Enthusiat*, Monograph 2, 1-118, Cheyenne: *Montana Council of Theachers of Mathematics.*

Dienes, Z. P. (2004). *Mathematics as an Art form. An essay about the stages of mathematics learning in an artistic evaluation of mathematical activity.*. Visualizado em 21 de Janeiro de 2005 em http://www.zoltandienes.com

Dienes, Z. P. e Golding, E. W. (1977). *Conjuntos, números e potências.* São Paulo, EPU.

Dienes, Z. P. e Golding, E. W. (1976). *Lógica e jogos lógicos.* São Paulo, EPU.

Domingos, A. M., Neves, I. P. e Galhardo, L. (1987). *Uma forma de estruturar o ensino e a aprendizagem.* 3ª Edição. Lisboa: Horizonte.

Domingos, A. (s.d.). *O papel das representações na concepção em matemática.* (policopiado) Lisboa: FCT-UNL.

Eco, H. (1998). *Como se faz uma tese em ciências humanas.* 7ª Edição. Lisboa: Editorial Presença.

Eigen, M. e Winkler, R. (1989). *O jogo, as leis naturais que regulam o acaso.* Lisboa: Gradiva.

Fayol, M. (1990). *L'enfant et le nombre, du comptage a la résolution de problèmes.* Lausane: Delauchaux & Niestlé.

Fayol, M. (1996). *A criança e o número, da contagem à resolução de problemas.* Porto Alegre: Artes Médicas.

Feitosa, A. M. (1993). *Contribuições de Thomas Kuhn para uma epistemologia da motricidade humana.* Lisboa: Instituto Piaget.

Fernandes, G. C. (1998). Matemática = bicho papão? *Jornal "A Página da Educação", 67*, 11. Visualizado em 19 de Dezembro de 2002 em http://www.a-pagina-da-educacao.pt/arquivo/Imprimirartigo.asp?id=326

Ferran, P., Marriet, F. e Porcher, L. (1979). *Na escola do jogo.* Lisboa: Estampa.

Fisher, M. (2006). A experiência das classes-piloto organizadas pelo GEEMPA, ao tempo da matemática moderna. *Diálogo Educacional 18*, 101-112.

Flato, M. (1994). *O poder da matemática.* Lisboa: Terramar.

Fosnot, C.T. (1995). *Professores e alunos questionam-se.* Lisboa: Instituto Piaget.

Fosnot, C.T. (1999). *Construtivismo e educação, teoria, perspectiva e prática.* Lisboa: Instituto Piaget.

Frabetti, C. (2002). *Terríveis matemáticas, Alice no país dos números.* 2ª Edição. Lisboa: Dom Quixote.

Frada, J. J. C. (1994). *Guia prático para elaboração e apresentação de trabalhos científicos.* 4ª Edição. Lisboa: Edições Cosmos.

Freitas, L. (1991). *A produção de ignorância na escola: Uma análise crítica do ensino da língua escrita na sala de aula.* 2ª Edição. São Paulo: Cortez Editora.

Gabinete de Avaliação Educacional do Ministério da Educação (2002). *PISA2000 – Conceitos fundamentais em jogo na avaliação de literacia matemática e competências dos alunos portugueses.* Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.

Ganascia, J-G. (1999). *As ciências cognitivas.* Lisboa: Instituto Piaget.

Giardinetto, J. (2000). *A concepção histórico-social da relação entre a realidade e a produção de conhecimento matemático.* Visualizado em 18 de Julho de 2001 em http://www.ipv.pt/millenium/17ect2.htm

Gobbi, S. L. (2000). *Abordagem centrada na pessoa e teoria do caos: Uma possível compreensão do comportamento humano.* Dissertação de Mestrado. Santa Catarina: UNISUL.

Godefroy, G. (2000). *A aventura dos números*. Lisboa: Instituto Piaget.

Gordo, M. F. (1994). A visualização espacial e a aprendizagem da matemática: um estudo no 1º ciclo do ensino básico. *Quadrante, 1*, 55-73.

Gourgand, P. (1980). *As técnicas de trabalho de grupo*. 4ª Edição. Lisboa: Moraes Editores.

Grando, R. C. (2000). *O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula*. Tese de Doutoramento. Campinas. UNICAMP.

Grando, R. C. (1995). *O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensino--aprendizagem da matemática*. Dissertação de Mestrado. Campinas: UNICAMP.

Grube, K. e Grube K. W. (1994). *The Grube method: The art of teaching and learning useful information by designing and playing an educational game*. Whitmore Lake: Games by Grube.

Guillen, M. (1998). *Cinco equações que mudaram o mundo, o poder e a poesia da matemática*. 1ª Edição. Lisboa: Gradiva.

Guzmán, M. (1993). *Tendencias innovadoras en education matemática*. Visualizado em 30 de Julho de 2004 em http://www.-oei.org.co/oeivirt/edumat.htm

Guzmán, M. (1991a). Juegos matematicos en la enseñanza (conclusão). *Boletim da SPM 19*, 5-25

Guzmán, M. (1991b). *Contos com contas*. Lisboa: Gradiva.

Guzmán, M. (1990). Juegos matematicos en la enseñanza (1ª parte). *Boletim da SPM, 18*, 3-8.

Guzmán, M. (1984). *Juegos matematicos en la enseñanza*. Visualizado em 23 Janeiro de 2002 em http://www.mat.ucm.es/deptos/am/guzman/juemat/juemat.htm

Henriques, A.C. (1996). *Jogar e compreender, propostas de material pedagógico*. Lisboa: Instituto Piaget.

Henriques, A. C. (2003). *Aritmética ao alcance de todos*. Lisboa: Instituto Piaget.

Herrero, J. (s.d.). *Pedagogia de Sebastião da Gama, o "diário" à luz da psicopedagogia*. 2ª Edição. Lisboa: Editorial O Livro.

Hirstein, J. (2007). The impact of Zoltan Paul Dienes on mathematics teching in the United States. *The Montana Mathematics Enthusiast*, Monograph 2, 169-172, Cheyenne: *Montana Council of Teachers of Mathematics*.

Hohmann, M., Banet, B. e Weikart, D. P. (1995). *A criança em acção.* 4ª Edição. Lisboa. Fundação Calouste Gulbenkian.

Hosftadter, D. R. (2000). *Gödel, Esher, Bach: laços eternos.* Lisboa: Gradiva.

Huizinga, J. (2003). *Homo ludens: um estudo sobre o elemento lúdico da cultura.* Lisboa: Edições 70

Huizinga, J. (1980). *Homo ludens, o jogo como elemento da cultura.* 2ª Edição, São Paulo: Perspectiva.

Institut National de Recherche Pédagogique (1995). *À descoberta dos números: contar, cantar e calcular.* Lisboa: ASA.

Kamii, C (1996). *A Teoria de Piaget e a educação pré–escolar.* Lisboa: Instituto Piaget.

Kamii, C. (1990). *Les jeunes enfants réinvente l'arithmétique.* Berna: Peter Lang.

Ketele, J-M de, Chastrette, M., Cros, D., Mettelin, P. e Thomas, J. (1994). *Guia do formador.* Lisboa: Instituto Piaget.

Knijnik, G. (1996). *Exclusão e resistência: educação matemática e legitimidade cultural.* Porto Alegre: Artes Médicas.

Landsheere, V. (1994). *Educação e formação, ciência e prática.* Lisboa: ASA.

La Taille, Y., Oliveira, M. e Dantas H. (1992). *Piaget, Vygotsky , Wallon: teorias psicogenéticas em discurso.* São Paulo: Summus

Leif, J., e Brunelle, L. (1978). *O jogo pelo jogo.* Rio de Janeiro: Zahar.

Léssards-Hébert, M. (1996). *Pesquisa em educação.* Lisboa: Instituto Piaget.

Levain, J. P. (2000). *Aprender a matemática de outra forma, desenvolvimento cognitivo e proporcionalidade.* Lisboa: Instituto Piaget.

L'Hospitalier, Y. (2001). *Enigmas e jogos lógicos, resolução e construção.* Lisboa: Instituto Piaget.

Lobrot, M. (1995). *Para que serve a escola?* Lisboa: Terramar.

Lopes, M. G. (1996). *Jogos na educação; confecção, modelos, objectivos, regras.* Brasil: Hemus.

López, C. V. (s.d.). *Las ludopatías- el juego patológico y outras adicciones psicológicas.* Visualizado em 13 de Agosto de 2003 em http://www.cop.es/colegiados/M-13641/

Lovell, K. (1988). *O desenvolvimento dos conceitos matemáticos e científicos na criança.* Porto Alegre: Artes Médicas.

Loyd, S. (1998). *100 puzzles matemáticos.* Lisboa: Europa-América.

Makedon, A. (1995). *In search of excellence: historical routs of greek culture.* Chicago State University. Visualizado em 22 de Junho de 2001 em http://webs.csu.edu/nbig0ama/articles/greekculture.html

Marco, F. F. de (2004). *Estudo dos processos de resolução de problema mediante a construção de jogos computacionais de matemática no ensino fundamental.* Dissertação de Mestrado, Campinas-SP: Universidade Estadual de Campinas - Faculdade de Educação

Maroco, J. (2003). *Análise estatística – com utilização do SPSS.* Lisboa: Silabo.

Martins, M.E. e Cerveira, A.G. (1999). *Introdução às probabilidades e à estatística.* Lisboa: Universidade Aberta.

Martins, M.F. (s.d.). *O homem lúdico.* Visualizado em 25 de Julho de 2002 em http://www.ipa-br.org.br/textos.htm

Matos, J. M., e Serrazina, M. (1996). *Didáctica da matemática.* Lisboa: Universidade Aberta.

Matos, J. F. (s.d.). *"Não estou a perceber nada...!!!"aspectos afectivos na actividade matemática escolar – O caso das emoções.* Projecto Pensamento Matemático – Ensinar e Aprender (policopiado). CIE, Universidade de Lisboa.

McCain, R. A. (1997). *Game theory: an introductory sketch.* Visualizado em http://william-king.www.drexel.edu/top/eco/game/preface.html

Moll, L.C. (1996). *Vygotsky e a educação: implicações pedagógicas da psicologia sócio--histórica.* Porto Alegre: Artes Médicas.

Morais, A. M. e Neves, I. P. (Coord.) (2000). *Estudos para uma sociologia da aprendizagem.* Lisboa: IIE.

Morin, E. e Prigogine, I. (Coord.) (1998). *A sociedade em busca de valores; para fugir à alternativa entre o cepticismo e o dogmatismo.* Lisboa: Instituto Piaget.

Morin, E. (1996). *O método III, o conhecimento do conhecimento/1.* 2ª Edição. Lisboa: Europa-América.

Morin, E. (1991), *Introdução ao pensamento complexo.* Lisboa: Instituto Piaget.

Moro, M. L. F. (1990). A epistemologia genética e a educação: algumas implicações. *Em aberto, 48*, 38-44.

Morris, D. (s.d.). *O macaco nu.* Lisboa: Europa-América.

Morrish, I. (1981). *Para uma educação em mudança.* Lisboa: Horizonte.

Moyles, J. R. (2002). *Só brincar? O papel do brincar na educação infantil.* Porto Alegre: Artmet

Mussen, P.H. (1967). *O desenvolvimento psicológico da criança.* 2ª Edição. Rio de Janeiro: Zahar.

Nachmanovitch, S. (1993). *Ser criativo, o poder da improvisação na vida e na arte.* 3ª Edição. São Paulo: Summus Editorial.

National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar.* Lisboa: APM e IIE.

Necka, E. (1994). Teaching creativity in the classroom, general principles and some practical methods. *Comunicação apresentada no Congresso Internacional Educação para o Futuro*, São Paulo.

Nowakowski, R. (Eds.) (2002). *More games of no chance.* Cambridge: Cambridge University Press.

Oliveira, O. e César, M. (1999). O professor do ano 2000: A importância das interacções na aula de matemática. *Comunicação oral 27. ProfMat99*, 323-328.

Orey, D. (s.d.). *Problemas motivadores.* Visualizado em 15 de Março de 2002 em http://edweb.csus.edu/courses/orey/motivadores.html

Orey, D. (2000). *Walking the mystical way with practical feet: A reforma curricular em Matemática na Califórnia.* Visualizado em 15 de Março de 2002 em http://edweb.csus.edu/coures/orey/ethnomath.html

Organisation de Coopération et de Développement Économiques (1981). *Inventários de Jean Piaget.* Lisboa: Editorial Estampa.

Palhares, P. (Coord.) (2004). *Elementos de matemática para professores do ensino básico.* Lisboa: Lidel.

Pallant, J. (2001). *SPSS survival manual.* Buckingham-Philadelphia: Open University Press.

Pappas, T. (1998). *Fascínios da matemática, a descoberta da matemática que nos rodeia.* Lisboa: Replicação.

Paulos, J. A. (2002). *Era uma vez um número – a lógica matemática oculta nas histórias.* Lisboa: Bizâncio.

Paulos, J. A. (1993). *O circo da matemática, para além do inumerismo.* Lisboa: Europa-América.

Paulos, J. A. (1991). *Inumerismo, o analfabetismo matemático e as suas consequências.* Lisboa: Europa-América.

Pestana, M. L. e Gageiro, J. N. (2003). *Análise de dados para ciências sociais – a complementaridade do SPSS.* 3ª Edição. Lisboa: Edições Sílado.

Peters, S. (1998). Playing games and learning mathemtics: the result of two intervention studies. *International Journal of Early Years Education, 1*, 49-58.

Petrie, A. e Sabin, C. (2001). *Compêndio de estatística médica.* Lisboa: Instituto Piaget.

Pereira, A. (2002). *Guia prático de utilização do SPSS – análise de dados para ciências sociais e psicologia.* 3ª Edição. Lisboa: Edições Silabo.

Piaget, J. e Szeminska, A. (1971). *A génese do número na criança.* Rio de Janeiro: Zahar Editores.

Piaget, J. (1993). *A Linguagem e o pensamento da criança.* São Paulo: Martins Fontes.

Piaget, J. (1990). *A formação do símbolo na criança, imitação, jogo e sonho; imagem e representação.* 3ª Edição. Rio de Janeiro: LTC Editora.

Piaget, J. (1976). *Seis estudos de psicologia.* Lisboa. Publicações Dom Quixote.

Pimenta, E. (1997). *O brinquedo.* Coimbra: ASA *Art and Tecnology.*

Pires, M. I. V. (1992). *Processos de resolução de problemas, Uma abordagem à construção de conhecimento matemático por crianças do ensino primário.* (Dissertação de Mestrado em Ciências da Educação – Educação e Desenvolvimento): FCT-UNL

Platão (s.d.). *Leis, livro VII.* Visualizado em 20 de Janeiro de 2003 em http://www.kat.gr/kat/history/txt/cl/plato/nomoi/laws7.htm

Platão (1996). *A República.* 8ª Edição. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Platão (1992). *Êutifron, Apologia de Sócrates, Críton.* 3ª Edição. Lisboa: Imprensa Nacional Casa da Moeda.

Platão (1987). *Apologia de Sócrates.* 2ª Edição. Lisboa: Livraria Popular.

Pólya, G. (1997). *Dez mandamentos para professores*. Jornal da Matemática Elementar, nº 119. Visualizado em 16 de Julho de 2001 em http://terravista.pt/meco/2843/formar/mandamen.htp

Pólya, G. (2003). *Como resolver problemas*. Lisboa: Gradiva.

Ponte. J. P. (1994). *Matemática: uma disciplina condenada ao insucesso?*. Lisboa (policopiado): FCUL.

Ponte, J. P. (1993). *A Educação matemática em Portugal: os primeiros passos de uma comunidade de investigação*. Projecto DIF. Lisboa: DEFCUL (policopiado).

Porquet, M. (1978). *A matemática no ensino infantil*. Lisboa: Editorial Estampa.

Postman, N. (1986). *Amusing ourselves to death: public discourse in the age of show business*. Nova Iorque: Penguin Books.

Providência, N. B. (2000). *Matemática ou mesas, cadeiras e canecas de cerveja*. Lisboa: Gradiva.

Reis, E., Melo, P., Andrade, R. e Calapez, T. (1997). *Estatística aplicada – volume 2*. Lisboa: Edições Sílabo.

Ribeiro, L. C. (1999). *Avaliação da aprendizagem*. 7ª Edição. Lisboa: Texto Editora.

Ribeiro, M. (2000). *Formação de professor – contemplando a subjectividade, mudando a personalidade*. Visualizado em 12 de Agosto de 2003 em http://www.batina.com/ribeiro/formprof.htm

Robayna, M. M. S. (2002). *Reflexión acerca del pensamiento matemático avanzado desde la investigación vía modelos de competencia*. XI EIEM (policopiado). Coimbra.

Rocha, M. E. (1993). *A Dimensão lúdica e o desenvolvimento humano*. Tese de Mestrado em Ciências da Educação. Universidade de Aveiro.

Rocha, H. (1999). Quando a matemática é um jogo. *Comunicação apresentada no Encontro Anual da Associação dos Professores de Matemática*. Portimão.

Rogers, J. (1974). *Ensino de adultos*. Lisboa: Pórtico.

Sá. A. C. (1995). A aprendizagem da matemática e o jogo. *Noesis, 35*, 10-13.

Sá, E.M. (2002). Caminhos para a formação de matemáticos e de professores de Matemática. *Boletim da Sociedade Portuguesa da Matemática, 46*, 3-18.

Santos, B. S. (1994). *Pela mão de Alice, o social e o político na pós-modernidade*. 4ª Edição. Porto: Afrontamento.

Santos, B. S. (1987). *Um discurso sobre as ciências.* 2ª Edição. Porto: Afrontamento.

Santos, F.L. (2003). A matemática lúdica, o jogo e a criatividade. *Educare/Educere, 14*, 105-116.

Santos, F. L. (2002). Educação matemática, de uma abordagem histórico-cultural às estruturas lógico-matemáticas do pensamento cognitivo. *Cadernos Interdisciplinares , 35*, 18-22.

Schoenfeld, A. (1998). *Theory of teaching in context.* Visualizado em 13 de Setembro de 2003 em http://wwwgse.berkeley.edu/faculty/aschoenfeld/teachincontext/tico3.html

Seife. C. (2001). *Zero, a biografia de uma ideia perigosa.* Lisboa: Gradiva.

Serrazina, L. (org.) (2002). *A formação para o ensino da matemática na educação pré--escolar e no 1º ciclo do ensino básico.* Porto: Porto Editora.

Siegel, S. (1975). *Estatística não-paramétrica para as ciências do comportamento.* São Paulo: McGraw-Hill.

Silva, M. e Tamen, M. I. (1981). *Sistema de ensino em Portugal.* Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Silva, C. (2003). *O lugar do brinquedo e do jogo nas escolas especiais de educação infantil.* Tese de Doutoramento em Psicologia, Universidade de São Paulo.

Smith, P. K., Cowie, H. e Blades, M. (2001). *Compreender o desenvolvimento da criança.* Lisboa: Instituto Piaget.

Snyders, G. (1974). *Para onde vão as pedagogias não-directivas?* Lisboa: Moraes Editores.

Sousa, A. B. (2003). *Educação pela arte e artes na educação, bases psicopedagógicas.* 1º Volume. Lisboa: Instituto Piaget.

Sousa, E. R. de. (2001). *Do corpo produtivo ao corpo brincante: o jogo e suas inserções no desenvolvimento da criança.* Tese de Doutoramento. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina.

Sprinthall, N. A. e Sprinthall, R. C. (1998). *Psicologia educacional, uma abordagem desenvolvimentalista.* Lisboa: McGraw-Hill.

Sriraman, B. e Lesh, R. (2007). A conversation with Zoltan P. Dienes. *Mathematical thinking and learning, 9*(1), 59-75.

Stewart, I. (1996). *Os problemas da Matemática.* 2ª Edição. Lisboa: Gradiva.

Stewart, I. (1994). *Jogos, conjuntos e matemática.* Lisboa: Gradiva.

Stewart, I. (1991). *Deus joga aos dados?* Lisboa: Gradiva.

Stirn, F. (1999). *Os grandes pensadores contemporâneos.* Lisboa: Instituto Piaget.

Struik, D. J. (1989). *História concisa das matemáticas.* Lisboa: Gradiva.

Taylor, J. e Wallford, R. (1978). *Learning and the simulation game.* Grã-bretanha. Open University Press.

Tedesco. J. C. (1999). *O novo pacto educativo; educação, competitividade e cidadania na sociedade moderna.* Vila Nova de Gaia: Fundação Manuel Leão.

Teixeira, M. (1995). *O professor e a escola, perspectivas organizacionais.* Lisboa: McGraw-Hill.

Trillo, F. (Coord.) (2000). *Atitudes e valores no ensino.* Lisboa: Instituto Piaget.

Tuckman, B. W. (2000). *Manual de investigação em educação, como conceber e realizar o processo de investigação em educação.* Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

UNICEF (2004). *A Convenção sobre os direitos da criança.* Visualizado em 25 de Março de 2006 em http://www.unicef.pt/docs/pdf_publicacoes/convencao_direitos_crianca2004.pdf

VanCleave, J. (1994). *Matemática para jovens, exercícios fáceis que tornam a aprendizagem da matemática divertida.* Lisboa: Publicações Dom Quixote.

Vasconcelos, C. (2000). *A história da matemática no ensino da matemática.* Visualizado em 18 de Julho de 2001 em http://www.ipv.pt/millenium/17_ect3.htm

Vasconcelos, J. L. (1982). *Etnografia portuguesa, tentame de sistematização, volume V.* Lisboa: Imprensa Nacional Casa da Moeda.

Vayer, P. e Destrooper, J. (1992). *A dinâmica da acção educativa para a infância, normal e/ou inadaptada.* 2ª Edição, Lisboa: Instituto Piaget.

Vayer, P. e Roncin, C. (1994). *Psicologia actual e desenvolvimento da criança.* Lisboa: Instituto Piaget.

Veloso, E. e Viana, J. P. (1996). *Desafios 5, problemas e histórias da Matemática no Público.* Porto: Afrontamento.

Vergani, T. (1991). *O zero e o infinito, uma experiência de antropologia cognitiva e educação matemática intercultural.* Coimbra: Minerva.

Vergnaud, G. (1991). *L'enfant, la mathématique et la réalité.* 4ª Edição. Berna: Peter Lang.

Vygotsky, L. S. (2001). *Pensamento e Linguagem.* Volume I. Vila Nova de Gaia: Estratégias Criativas

Vygotsky, L.S. (1989). *A Formação social da mente.* 3ª Edição. São Paulo: Martins Fontes

Wajskop, G. (1995). *Brincar na pré-escola.* São Paulo: Cortez.

Wassermann, S. (1994). *Brincadeiras sérias na escola primária.* Lisboa: Instituto Piaget.

Wassermann, S. (1990). *Serious players in the primary classroom – empowering children through active learning experiences.* Nova Iorque: Teachers College Press.

Weil, M. (1996). *Manual de cálculo mental.* Mem Martins: Europa-América.

Wikipedia (2008). *Tri Peaks.* Visalizado em 23 de Janeiro de 2008 em http://en.wikipedia.org/wiki/Tri_Peaks

Woodburry, R.F., Wyeld, T.G., Shannon, S.J., Roberts, I.W., Radford, A., Burry, M., Skates, H. Ham, J. e Datta, S., (2001). *The summer games.* Education&Curricula - II Design Methods 1, 293-297. Visualizado em 25 de Março de 2004 em http://www.tkk.fi/events/ecaade/E2001presentations/11_06-woodbury.pdf

Zabalza, M. A. (1998). *Planificação e desenvolvimento curricular na escola.* 4ª Edição. Porto: ASA.

Anexos

Anexo 1. Pré-teste

Prova de Matemática – 3º ano

Este espaço deve ser preenchido pelo aluno: Idade _____ Sexo F ___ M ___

Escola ____

Este espaço deve ser preenchido pelo observador:

Observações:____

____

Instruções gerais sobre a prova

Nesta prova encontras perguntas sobre Matemática.

Vais precisar de um lápis e de uma borracha.

As perguntas desta prova são de vários tipos:

Perguntas das quais deves escolher uma única das possibilidades de resposta;

Perguntas para completar a resposta no espaço em branco.

Perguntas em que terás de escrever só a resposta.

Perguntas em que terás de escrever a resposta da forma mais completa possível, recorrendo a cálculos, desenhos, esquemas, ou explicando, por palavras tuas, como chegaste à resposta.

Não apagues dados, desenhos e/ou esquemas que utilizaste para chegar ao resultado.

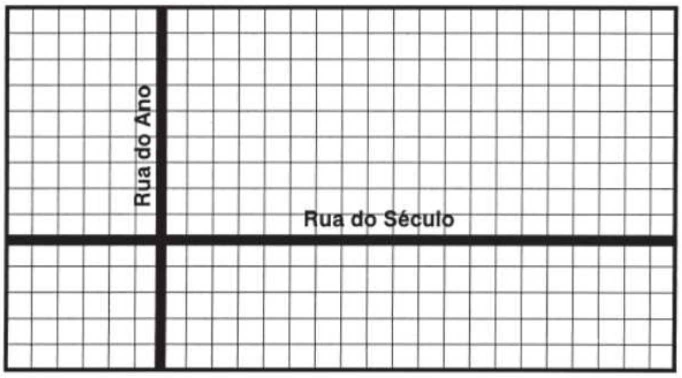
Responde a todas as perguntas com a máxima atenção.

Se acabares antes do tempo, aproveita para rever o que acabaste de fazer.

Duração da prova: 45 minutos

PM_FLS_1 1

1. Completa o mapa da figura, de acordo com as instruções:



Desenha no mapa a *Rua do Tempo*, paralela à *Rua do Ano*. Escreve o seu nome.

Desenha a *Rua da Hora*, que não pode ser paralela nem perpendicular à *Rua do Século*. Escreve o seu nome.

PM_FLS_1 2

2. Continua a sequência preenchendo os espaços:

218 214 210 206 ___ ___

3. A Raquel contou três quadrados na figura A.

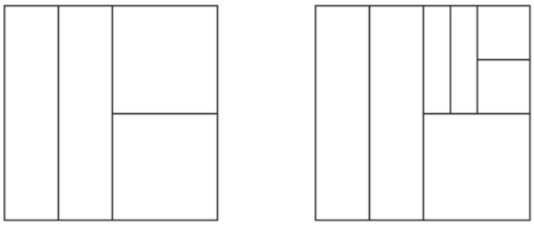


Figura A Figura B

Quantos quadrados consegues contar na figura B?

Resposta: ____

PM_FLS_1 3

4. A Joana é muito vaidosa.

Um dia foi a uma loja e comprou:

Uma saia vermelha e outra azul;

Uma camisola amarela, outra verde e outra preta.

Depois pensou – Que bom! Agora já posso vestir-me de muitas maneiras diferentes.

De quantas maneiras diferentes se poderá vestir a Joana?

Resposta: ____

Explica como encontraste a resposta. Para o fazeres, podes usar desenhos, palavras ou contas.

PM_FLS_1 4

5. Escreve um número que:

Esteja entre 3960 e 4000;

Tenha como algarismo das dezenas o 8;

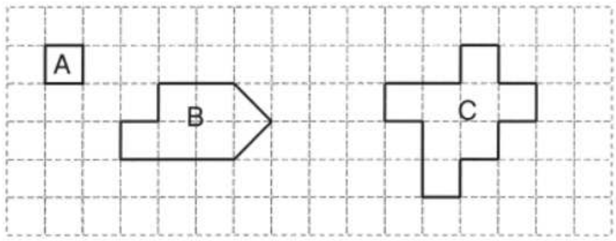
Seja par;

Tenha dos algarismos todos diferentes.

Número: ____

6. Toma, como unidade de área, a área do quadrado A.

Qual é a área de cada uma das figuras (B e C)?



Área da figura B: _____________

Área da figura C: _____________

7. Na figura está representado um cubo:

Imagina que estás ao telefone com um amigo. Descreve-lhe este sólido de modo a que ele descubra o seu nome. Não podes utilizar a palavra *cubo*.

PM_FLS_1 6

8. Assinala com um X, na tabela, os múltiplos de 6.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80

9. Assinala com um X a expressão que representa o número 5087.

- ☐ $5 \times 1000 + 800 + 7$
- ☐ $5 \times 1000 + 80 + 7$
- ☐ $5 \times 1000 + 8 + 7$
- ☐ $5 \times 100 + 80 + 7$

Anexo 2. Pós-teste

Prova de Matemática – 3º ano

Este espaço deve ser preenchido pelo aluno: Idade _____ Sexo F ___ M ___

Escola ____

Este espaço deve ser preenchido pelo observador:

Observações: ____

____

Instruções gerais sobre a prova

Nesta prova encontras perguntas sobre Matemática.

Vais precisar de um lápis e de uma borracha.

As perguntas desta prova são de vários tipos:

Perguntas das quais deves escolher uma única das possibilidades de resposta;

Perguntas para completar a resposta no espaço em branco.

Perguntas em que terás de escrever só a resposta.

Perguntas em que terás de escrever a resposta da forma mais completa possível, recorrendo a cálculos, desenhos, esquemas, ou explicando, por palavras tuas, como chegaste à resposta.

Não apagues dados, desenhos e/ou esquemas que utilizaste para chegar ao resultado.

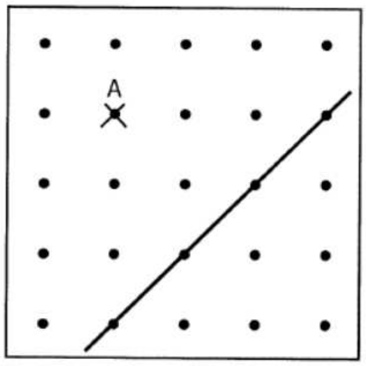
Responde a todas as perguntas com a máxima atenção.

Se acabares antes do tempo, aproveita para rever o que acabaste de fazer.

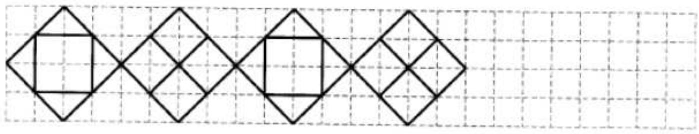
Duração da prova: 45 minutos

PM_FLS_2 1

1. Descobre e assinala com um X dois pontos da figura que estejam à mesma distância da recta que o ponto A.

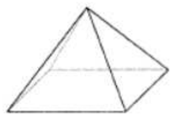


2. Completa o friso.

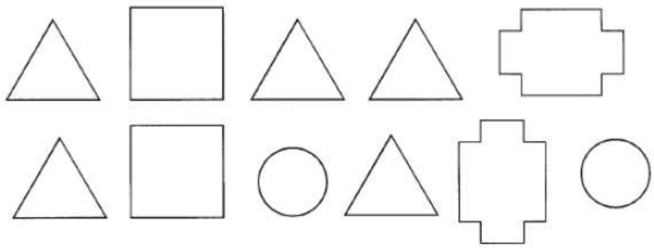


PM_FLS_2 2

3. A figura representa uma pirâmide.



Pinta, com o teu lápis, as figuras geométricas necessárias para a construir.



4. Na quinta do Sr. José há codornizes, galinhas e patos.

Por dia o Sr. José recolhe 5 ovos de codorniz, 4 ovos de galinha e 3 ovos de pata.

Quantos dias precisa o Sr. José para recolher, ao todo, 48 ovos?

Explica como encontraste a resposta. Para o fazeres, pode usar desenhos, palavras ou contas.

Resposta: ______________________________

PM_FLS_2 4

5. Um número:

É maior que 10 e menor do que 30;

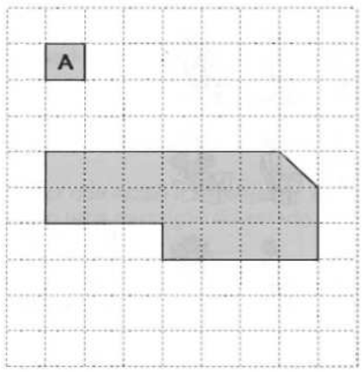
A soma dos seus algarismos é 8;

É par.

Qual é esse número? ___________________________

6. Considera, como unidade de área, a área do quadrado A.

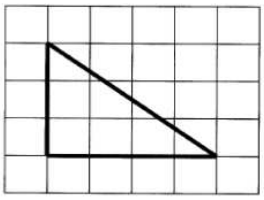
Qual é a medida da área da figura sombreada?



Resposta: ________________________

PM_FLS_2 5

7. Observa a figura desenhada no quadriculado.



O teu amigo João não viu esta figura, mas tu vais dizer-lhe, sem usares as palavras triângulo nem triangular, como a pode desenhar num quadriculado igual a este.

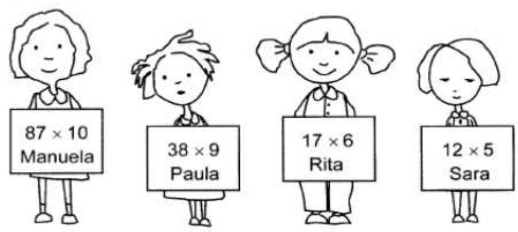
Escreve tudo aquilo que dirias ao teu amigo João.

PM_FLS_2 6

8. Assinala com X o número que pode ser o resultado da multiplicação de um número inteiro por 5.

- ☐ 58
- ☐ 82
- ☐ 125
- ☐ 519

9. Das quatro meninas representadas na figura, a professora escolheu a que tem o cartão onde está representado o número 60, para ficar responsável por regar as plantas da sala de aula.



Indica o nome da menina que a professora escolheu:

____

PM_FLS_2 7

Anexo 3. Critérios de avaliação do pré-teste

Questão 1.

3	Desenha as duas ruas, de acordo com as indicações do item, e identifica-as correctamente pelo nome.
	Desenha as duas ruas, de acordo com as indicações do item, e só escreve o nome de uma delas.
	Desenha as duas ruas, de acordo com as indicações do item, e identifica-as referindoa rua que é paralela e, eventualmente, a que não é paralela nem perpendicular.
2	Desenha as duas ruas, de acordo com as indicações do item, mas não as identifica.
1	Desenha apenas uma rua, de acordo com as indicações do item.
0	Qualquer resposta além das mencionadas.
	Não responde.
	Resposta ilegível.

Questão 2.

2	Resposta correcta: assinala os dois números correctamente: 202 198.
1	Assinala o primeiro número correctamente e o segundo incorrectamente.
	Mostra compreender a lógica de formação da sequência.
0	Não responde.
	Outra resposta além das mencionadas.
	Resposta ilegível.

Questão 3.

3	Resposta correcta: 5 quadrados ou 5.
2	4 quadrados ou 4.
1	3 quadrados ou 3.
0	Não responde.
	Outra resposta além das mencionadas.
	Resposta ilegível.

Questão 4.

5	Resposta correcta: de 6 maneiras diferentes ou 6.
	Utiliza uma estratégia apropriada de resolução do problema.
	Responde correctamente ao problema.

4 Utiliza uma estratégia apropriada de resolução do problema, havendo alguma evidência de que chega às 6 maneiras diferentes.
Não responde explicitamente ao problema.

3 Utiliza uma estratégia apropriada de resolução do problema, mas ignora uma das maneiras possíveis de a Joana se vestir e apresenta 5 maneiras diferentes.
Responde 5 maneiras diferentes ou não responde explicitamente ao problema.
Utiliza uma estratégia apropriada de resolução do problema, mas ignora uma das camisolas e apresenta 4 maneiras diferentes de a Joana se vestir.
Responde 4 maneiras diferentes ou não responde explicitamente ao problema.

2 Utiliza uma estratégia apropriada de resolução do problema, mas apresenta apenas 4 maneiras diferentes de a Joana se vestir, nas quais estão presentes todas as peças de vestuário referidas no enunciado.
Responde 4 maneiras diferentes ou não responde explicitamente ao problema.

1 Desenvolve trabalho reflectindo alguma compreensão, havendo evidência de que compreende que tem de combinar as peças de vestuário; contudo, revela não compreender grande parte do problema ou dos dados do problema.
Responde correctamente, sem apresentar uma explicação compreensível ou sem apresentar uma explicação.

0 Não responde.
Apresenta simplesmente uma resposta incorrecta.
Copia os dados do enunciado e apresenta, eventualmente, algum trabalho, mas parece não ter qualquer compreensão do problema.
Resposta ilegível.

Questão 5.

4 Resposta correcta: uma das seguintes: 3980, 3982, 3984 ou 3986.
(Embora se peça só um número, se o aluno indicar mais do que um número, não deverá ser penalizado.)

3 Indica um ou mais números que obedecem à primeira condição (estar

entre 3960 e 4000) e apenas a duas das restantes condições.

2 Indica um ou mais números que obedecem à primeira condição (estar entre 3960 e 4000) e apenas a uma das restantes condições.

1 Indica um ou mais números que obedecem apenas à primeira condição (estar entre 3960 e 4000).

0 Não responde.
Outra resposta além das mencionadas.
Resposta ilegível.

Questão 6.

Figura B

2 Resposta correcta: 6 ou 6 quadrados

1 Responde 6 considerando outra unidade de medida que não a estabelecida (exemplo: 6 cm2).

0 Não responde.
Outra resposta além da mencionada.
Resposta ilegível.

Figura C

2 Resposta correcta: 8 ou 8 quadrados

1 Responde 8 considerando outra unidade de medida que não a estabelecida (exemplo: 8 cm2).

0 Não responde.
Outra resposta além da mencionada.
Resposta ilegível.

Questão 7.

4 Dá uma descrição que caracteriza completamente o cubo, sem nunca utilizar a palavra cubo.

3 Dá uma descrição que caracteriza completamente o cubo, mas utiliza a palavra cubo.
Dá uma descrição que caracteriza completamente o cubo, mas utiliza uma linguagem não completamente correcta do ponto de vista da linguagem matemática.

2 Indica duas ou mais características do cubo, mas que não o definem por completo.

1 Indica apenas uma característica do cubo.

0 Não responde.
Resposta incorrecta.
Resposta ilegível.

Questão 8.

3 Resposta correcta: Assinala correctamente todos os múltiplos de 6 da tabela.

1	2	3	4	5	**6**	7	8	9	10
11	**12**	13	14	15	16	17	**18**	19	20
21	22	23	**24**	25	26	27	28	29	**30**
31	32	33	34	35	**36**	37	38	39	40
41	**42**	43	44	45	46	47	**48**	49	50
51	52	53	**54**	55	56	57	58	59	**60**
61	62	63	64	65	**66**	67	68	69	70
71	**72**	73	74	75	76	77	**78**	79	80

2 Revela ter a noção de múltiplo de 6, mas erra, ou não assinala, no máximo, três múltiplos de 6.

1 Revela ter a noção de múltiplo de 6, mas erra, ou não assinala, no máximo, cinco múltiplos de 6.

0 Não responde.
Revela não ter a noção de múltiplo de seis. (Exemplo: assinala os números 6, 16, 26, 36, 46, 56, 66, 76, 86 e 96.)
Assinala os números de forma ilegível.

Questão 9.

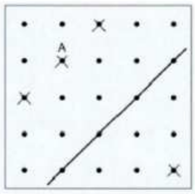
1 Resposta correcta: $5 \times 1000 + 80 + 7$

0 Qualquer resposta incorrecta.
Assinala mais do que uma resposta.

Anexo 4. Critérios de avaliação do pós-teste

Questão 1.

Os pontos que obedecem às condições pedidas são os seguintes:



2 Resposta correcta: Desenha dois ou mais pontos nas condições do item.

1 Desenha apenas um ponto nas condições do item.

0 Desenha alguns pontos nas condições do item, mas desenha igualmente outros que não estão nas condições do item.
Outra resposta, além das mencionadas.
Desenho ilegível.

Questão 2.

2 Completa o friso de forma correcta, mesmo que o desenho não esteja feito de forma muito rigorosa (por exemplo, não é utilizada a régua para traçar o desenho).

1 Demonstra ter a noção de friso, mas não o desenha completamente certo.

0 Desenho ilegível.
Não revela ter a noção de friso.

Questão 3.

2 Assinala 1 quadrado e 4 triângulos.

1 Assinala apenas quadrados e triângulos, mas não 1 quadrado e 4 triângulos.

0 Outra resposta, além das mencionadas.

Questão 4.

Resposta correcta: 4 dias.

3 Apresenta uma estratégia apropriada e completa da resolução do

problema, e há evidência de ter chegado à resposta correcta.

2 Apresenta uma estratégia apropriada e completa de resolução do problema, mas comete pequenos erros de cálculo (entendem-se por pequenos erros de cálculo aqueles que não sejam reveladores da não compreensão das noções de número e de operação).
Utiliza uma estratégia apropriada e completa da resolução do problema, mas responde incorrectamente.

1 Há algum trabalho, reflectindo alguma resolução do problema.
Responde correctamente à pergunta, sem apresentar uma explicação compreensível, ou sem apresentar uma explicação.

0 Outra resposta, além das mencionadas.

Questão 5.

2 Resposta correcta: 26.

1 Indica um ou mais números que obedeçam a duas das condições do item.
Há evidência de que o aluno compreende todos os conceitos envolvidos.

0 Apresenta outra resposta, além das mencionadas.

Questão 6.

2 Resposta correcta: 17,5.

1 Responde 17,5, seguidos de uma unidade de medida que não a estabelecida (exemplo: 17,5 cm2).

0 Apresenta outra resposta além das mencionadas.

Questão 7.

4 Dá indicações que permitem desenhar a figura e não utiliza as palavras triângulo e triangular.
Utiliza uma linguagem correcta do ponto de vista matemático.

3 Dá indicações que permitem desenhar a figura, mas utiliza a palavra triângulo ou a palavra triangular.
Dá indicações que permitem desenhar a figura.
Utiliza uma linguagem não completamente correcta do ponto de vista da linguagem matemática.

2 Indica duas ou mais características da figura, mas que podem levar a ambiguidades ao ser desenhada.

1 Indica apenas uma característica da figura.

0 Resposta incorrecta.

Questão 8.

1 Resposta correcta: 125.

0 Qualquer resposta incorrecta.
Assinala mais do que uma resposta.

Questão 9.

1 Resposta correcta: Sara.

0 Qualquer resposta incorrecta.

Anexo 5. Planificação geral das sessões

Problema: A utilização do jogo enquanto estratégia para o ensino da matemática partindo das seguintes interrogações:
Se o jogo é uma actividade desinteressada como pode ser justificado enquanto metodologia de ensino e de aprendizagem?
Como pode ser o jogo utilizado enquanto estratégia didáctica capaz de facilitar a aquisição e compreensão de conceitos e competências matemáticas?

Indicadores de Observação:	Grau de Intensidade:	Grau de maior incidência:	Causalidade:
Testes de competências matemáticas	Aproveitamento dos alunos Classes de Competências	Alunos emparelhados relativamente ao aproveitamento no pré-teste e no sexo	Utilização do jogo enquanto estratégia didáctica para o ensino da matemática

Objectivos	Grupo-alvo	Recursos		Actividades	Tempo	Indicadores de avaliação	Avaliação
		Humanos	Materiais				
Identificar desempenhos escolares de alunos que utilizaram o jogo didáctico como estratégia de ensino e de aprendizagem; Identificar os principais conceitos e competências matemáticas favorecidas pelo ensino e aprendizagem com recurso a jogos.	Alunos do 3º ano de escolaridade do 1º CEB	Investigador Alunos separados em grupo de tratamento e grupo de controlo	Sala Mesas Cadeiras Papel de vário tipo Calculadores Multibásicos Cubos/barras de cor *Cuisenaire* Tesouras Canetas e lápis Geoplanos Baralhos de cartas	Macronível e Mesonível Sensibilização para a Matemática Micronível Aferição das dificuldades e competências desenvolvidas/ a desenvolver Actividades 1; 2; 3; 4; 5; 6	5 semanas 2 sessões por semana 60 minutos por sessão	Testes escritos de competências matemáticas baseados nos testes de aferição para o 4º ano do 1º CEB	Diferença entre a classificação do pré-teste e do pós-teste após as actividades.

Anexo 6. Planificação da primeira sessão

Actividade	Competências	Quando	Onde	Quem	Como	Indicadores de Avaliação	Resultado
1. Jogos com cartas	Conhece as operações, sua representação e propriedades. Aplica os algoritmos. Resolve problemas simples. Distingue e relaciona informação. Reconhece a matemática implícita na situação. Resolve, analisa, interpreta e modela matematicamente.	1ª sessão do estudo 1ª sessão do grupo de estudo	Sala	Grupo de estudo	Com as cartas dispostas em pirâmides utilizam-se várias operações para "limpar" a mesa.	Recolha dos apontamentos dos vários grupos com as operações efectuadas.	Reflexão e debate sobre o que foi efectuado. Pretende-se que os alunos obtenham destrezas de cálculo mental.
	Nenhuma tentativa de desenvolver competências matemáticas.	7ª sessão do estudo 3ª sessão do grupo de controlo		Grupo de Controlo		Nenhum	Não se pretendem

Anexo 7. Planificação da segunda sessão

Actividade	Competências	Quando	Onde	Quem	Como	Indicadores de Avaliação	Resultado
2. "Ver" as operações	Conhece as operações, sua representação e propriedades. Aplica os algoritmos. Resolve problemas simples. Distingue e relaciona informação. Reconhece a matemática implícita na situação. Resolve, analisa, interpreta e modela matematicamente.	2ª sessão do estudo 2ª sessão do grupo de estudo	Sala	Grupo de estudo	Com base nos instrumentos utilizados (Calculador Multibásico e cubos/barras de cor *Cuisenaire*) foram efectuadas representações de algoritmos, composição e decomposição de números. Incidiu-se principalmente na adição com transporte e na subtracção com empréstimo.	Recolha dos apontamentos dos vários grupos com as operações efectuadas.	Reflexão e debate sobre o que foi efectuado. Pretende-se que os alunos obtenham destrezas de cálculo mental e que percebam a "mecânica" das operações.
	Nenhuma tentativa de desenvolver competências matemáticas.	8ª sessão do estudo 4ª sessão do grupo de controlo		Grupo de Controlo	Construções	Nenhum	Não se pretendem

Anexo 8. Planificação da terceira sessão

Actividade	Competências	Quando	Onde	Quem	Como	Indicadores de Avaliação	Resultado
3. Preencher áreas e medir perímetros	Conhece os conceitos, sua representação e propriedades. Desenvolve conexões entre conteúdos e domínios diferentes. Resolve problemas simples e complexos em contexto. Distingue e relaciona a informação. Descodifica e interpreta a linguagem simbólica, formal e corrente. Reconhece e extrai a matemática implícita na situação. Resolve, analisa, interpreta e modela matematicamente. Discute resultados matemáticos e relação entre conceitos.	3ª sessão do estudo 3ª sessão do grupo de estudo	Sala	Grupo de estudo	Utilizando vária figuras irregulares com a mesma área, quadrados de papel, papel milimétrico, geoplanos, pedaços de corda e réguas trabalha-se a construção e identificação de figuras que tendo a mesma área apresentavam formas diferentes. Repete-se a experiência com os perímetros utilizando pedaços de corda e réguas.	Recolha dos apontamentos dos vários grupos com as operações efectuadas.	Compreensão do conceito por manipulação e visualização dos resultados. Compreensão de que área e perímetro são conceitos diferentes e que não existe uma relação imediata entre os dois. Incidide-se na verificação material dos conceitos, reforçados com a utilização de geoplanos.
	Nenhuma tentativa de desenvolver competências matemáticas.	9ª sessão do estudo 5ª sessão do grupo de controlo		Grupo de Controlo	Construções	Nenhum	Não se pretendem

Anexo 9. Planificação da quarta sessão

Actividade	Competências	Quando	Onde	Quem	Como	Indicadores de Avaliação	Resultado
4. Sólidos geométricos	Conhece os conceitos, sua representação e propriedades Desenvolve conexões entre conteúdos e domínios diferentes Distingue e relaciona a informação Descodifica e interpreta a linguagem simbólica, formal e corrente Reconhece e extrai a matemática implícita na situação Resolve, analisa, interpreta e modela matematicamente.	4ª sessão do estudo 4ª sessão do grupo de estudo	Sala	Grupo de estudo	Nesta actividade recorreu-se à planificação e construção de sólidos geométricos, à identificação de formas geométricas utilizadas no dia-a-dia e a um jogo de adivinhas onde as crianças tinham de identificar o sólido mas para cada um tinhas palavras proibidas. Exemplo: Para descrever o cubo não podem utilizar as expressões *cubo, cúbico, quadrado*.	Recolha dos apontamentos dos vários grupos com as operações efectuadas.	Compreensão do conceito por manipulação e visualização dos resultados.
	Nenhuma tentativa de desenvolver competências matemáticas.	10ª sessão do estudo 6ª sessão do grupo de controlo		Grupo de Controlo	Construções	Nenhum	Não se pretendem

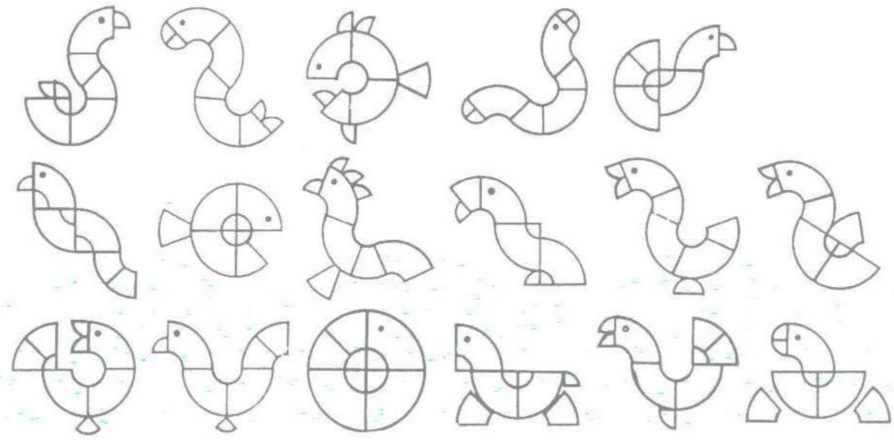
Anexo 10. Planificação da quinta sessão

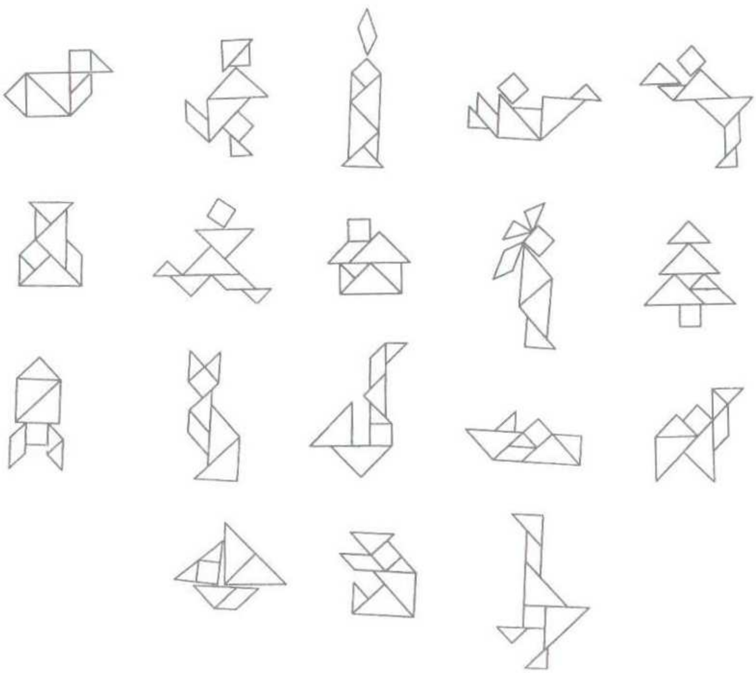
Actividade	Competências	Quando	Onde	Quem	Como	Indicadores de Avaliação	Resultado
5. Forma e tamanho	Conhece os conceitos, sua representação e propriedades Desenvolve conexões entre conteúdos e domínios diferentes Distingue e relaciona a informação Descodifica e interpreta a linguagem simbólica, formal e corrente Reconhece e extrai a matemática implícita na situação Resolve, analisa, interpreta e modela matematicamente.	5ª sessão do estudo 5ª sessão do grupo de estudo	Sala	Grupo de estudo e Grupo de Controlo	Utilizando o tangram tradicional, o tangram circular e os Blocos Lógicos de Dienes iniciou-se com a construção dos tangrams e depois do material completo trabalham-se as relações entre formas iguais, construção e reconstrução de formas geométricas utilizando as várias peças, relação de tamanhos entre figuras. Identificam-se também as características de cada figura geométrica à semelhança da actividade 4. Construção livre de figuras utilizando os tangrams.	Recolha dos apontamentos dos vários grupos com as operações efectuadas.	Compreensão dos conceitos por manipulação e visualização dos resultados. Características de figuras geométricas.
	Nenhuma tentativa de desenvolver competências matemáticas.	5ª sessão do estudo 1ª sessão do grupo de controlo				Nenhum	Não se pretendem

Anexo 11. Planificação da sexta sessão

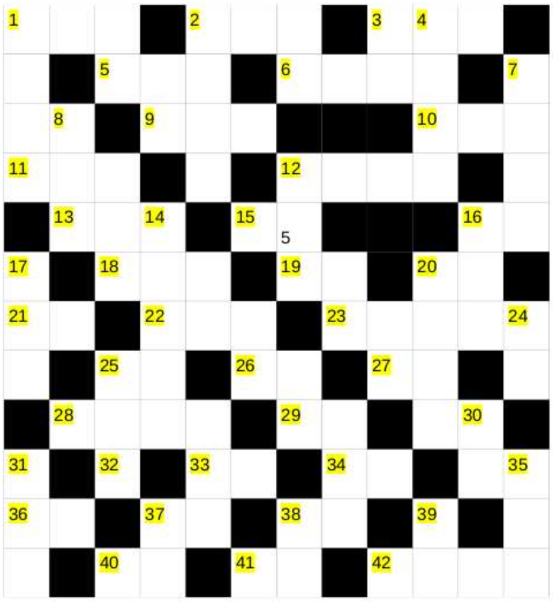
Actividade	Competências	Quando	Onde	Quem	Como	Indicadores de Avaliação	Resultado
6. Jogos matemáticos	Conhece as operações, sua representação e propriedades Aplica os algoritmos Resolve problemas simples Distingue e relaciona informação Reconhece a matemática implícita na situação Resolve, analisa, interpreta e modela matematicamente.	6ª sessão do estudo 6ª sessão do grupo de estudo	Sala	Grupo de estudo e Grupo de Controlo	Utilizando crucigramas numéricos e tabelas adivinhatórias relacionaram os vários temas estudados com base neste tipo de jogos.	Recolha dos apontamentos dos vários grupos com as operações efectuadas.	Desenvolvimento do cálculo mental.
	Nenhuma tentativa de desenvolver competências matemáticas.	6ª sessão do estudo 2ª sessão do grupo de controlo				Nenhum	Não se pretendem

Anexo 12. Figuras do Tangram utilizadas durante as sessões





Anexo 13. Crucigramas numéricos



Horizontais: 1. O total de quadrados do puzzle; 2. Metade de 1100; 3. O número de dias de dois anos; 5. Metade de 444; 6. três vezes o 10; 9. 90 duas vezes; 10. O todo de 510; 11. O maior entre 12 x 12 e 99 + 70; 12. 1024 + 1024; 13. 99 seis vezes; 15. Em quilos o valor aproximado de uma arroba; 18. 50 abaixo de 1000; 19. O número de moedas de 25 cêntimos em 10€; 21. Metade de 98; 22. A quantidade que vai de 95 a 200; 23. O próximo número par a seguir a 12000; 25. O número de cincos em 300; 26. O número de decímetros num metro; 27. O número de centímetros num decímetro; 28. Mais 10 que 5603; 29. Quartos de litro em 6 litros ou duas dúzias; 33. O número de horas em dois dias e meio; 34. O dobro de duas dúzias; 36. 6, onze vezes; 37. Moedas de 10 cêntimos em 5€; 38. 5, dezassete vezes; 40. 13, sete vezes; 41. Uma hora em minutos: 42. 100 anos antes de 1980

Verticais 1. 999 +112; 2. O quíntuplo de 1056; 4. O número par anterior a 3060; 7. O número de anos num milénio; 8. 15, onze vezes; 14. O primeiro número impar anterior a 45103; 16. Metade de 1000; 17. Mais 91 do que 350; 20. Mais 102 do que 899; 24. O número de moedas de 25 cêntimos em 5€; 30. Metade de 40 somado com metade de 10; 31. O número de dias num ano; 32. O número e cincos em 35; 35. 50, onze vezes; 37. Dezassete, três vezes; 39. quatro meios, quatro vezes.

Horizontais

1) A metade de quatro centenas, duas dezenas e oito unidades. O número de meses de um ano.
2) 235 – 235 . O número de páginas que faltam para terminar a leitura de um livro de 450 páginas, se já se tiverem lido 70.
3) Número de anos que tem meio século, ao contrário. $420 \div 4$.
4) 25 vezes 103. 145 – 139.
5) O dobro de 28. O triplo de 24.
6) Dois euros e cinquenta cêntimos, mais um euro e cinquenta cêntimos. As unidades que há em 52 dezenas, ao contrário.

Verticais

A) Um número capicua, entre 2000 e 2010. O número de dias de uma semana, menos 3.
B) 1000 – 999 . Um número de 3 algarismos iguais que somados dá 15.
C) Quatro dezenas e três unidades. $1520 \div 2$.
D) 163 x 5. O triplo de 8 menos o dobro de 11.
E) Cêntimos que tem um euro. 150 – 75.
F) Quantos euros são quatro moedas de 50 cêntimos? $5 \times 100 + 6 \times 10 + 2$.

	A	B	C	D	E	F
1				■		
2		■				■
3			■			
4					■	
5	■			■		
6		■				■