

# Plano de Aula

# MATEMÁTICA

## Números reais



---

Números reais.

17 p.; il. (Série Plano de Aula; Matemática)

ISBN:

1. Ensino Fundamental – 2. Matemática 3. Números e operações  
I. Título II. Série

CDU: 373.3:51

---

## Plano de Aula

# NÚMEROS REAIS



**Nível de Ensino**

Ensino Fundamental/  
Anos Iniciais

**Ano / Semestre**

9º ano

**Componente Curricular**

Matemática

**Tema**

Números e Operações/

**Duração da Aula**

2 aulas (50 min cada)

**Modalidade de Ensino**

Educação Presencial

### OBJETIVOS

Ao final da aula, o aluno deverá:

- D26 – EF2- MAT- Resolver problema com números racionais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
- D27- EF2-MAT- Efetuar cálculos simples com valores aproximados de radicais.
- D1.7 – F2 – TEC- Constatar alguma relação entre aspectos observáveis do objeto, semelhanças e diferenças, constâncias em situações, fenômenos, palavras, tipos de texto etc.
- D1.9 – F2 – TEC- Representar quantidades por meio de estratégias pessoais, de números e de palavras.

### PRÉ-REQUISITOS DOS ALUNOS

- Saber utilizar os programas do *laptop* educacional: *KSpread*, *Firefox* e *Kturtle*.

### RECURSOS/MATERIAIS DE APOIO

- *laptop* educacional;
- lousa;
- pincel;
- barbantes;
- régua.

### GLOSSÁRIO

**Criptografia(\*)**: é o estudo dos princípios e técnicas pelas quais a informação pode ser transformada da sua forma original para outra ilegível, de forma que possa ser conhecida apenas por seu destinatário (detentor da “chave secreta”), o que a torna difícil de ser lida por alguém não autorizado.

**Método do Jardineiro(\*\*)**: consiste, em espetar uma haste vertical no chão(centro), atar as extremidades de uma corda (barbante) a haste e com um pau encostado à corda ir traçando a circunferência no chão, mantendo sempre a corda(barbante) esticada.

Fontes: (\*)<http://pt.wikipedia.org/wiki/Criptografia>  
(\*\*) <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm43/elipses.htm>  
Acessado em 22/02/2012.

## QUESTÕES PROBLEMATIZADORAS

Você ou alguém que conhece, já fez compras pela internet?  
Você sente-se seguro com suas senhas na internet?  
Tem ideia de como funciona o sistema de segurança com senhas?



Figura 1

Já parou para pensar quantos números nos rodeiam?



Figura 2



Figura 3



Figura 4

Fonte: Figura2: <http://rmnofoco.blogspot.com/2011/06/provas-do-enem-terao-codigo-de-barras.html>  
Figura1:<http://www.pensandonisso.com/tecnologia/banco-pela-internet-dicas-de-seguranca-para-internet-banking/>  
Figura 3:<http://www.sempretops.com/dicas/como-descobrir-nome-e-endereco-atraves-do-numero-da-placa/>  
Figura 4:<http://www.br30.com/spc/>

## LEIS, PRINCÍPIOS, TEORIAS, TEOREMAS, AXIOMAS, FUNDAMENTOS, REGRAS...

**Conjunto dos Números Reais**  
**Conjunto dos Números Naturais**

Em algum momento da sua vida você passou a se interessar por contagens e quantidades. Talvez a primeira ocorrência desta necessidade, tenha sido quando lá pelos seus dois ou três anos de idade algum coleguinha foi lhe visitar e começou a mexer em seus brinquedos. Provavelmente, neste momento mesmo sem saber, você começou a se utilizar dos números naturais, afinal de contas era necessário garantir que nenhum dos seus brinquedos mudasse de proprietário e mesmo desconhecendo a existência dos números, você já sentia a necessidade de um sistema de numeração. Em uma situação como esta você precisa do mais básico dos conjuntos numéricos, que é o conjunto dos números naturais. Com a utilização deste conjunto você pode enumerar brinquedos ou simplesmente registrar a sua quantidade, por exemplo.

Este conjunto é representado pela letra  $N$  ( $\mathbb{N}$ ). Abaixo temos uma representação do conjunto dos números naturais:

$$\mathbb{N} = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, \dots \}$$

As **chaves** são utilizadas na representação para dar ideia de conjunto. Os pontos de reticência dão a ideia de infinidade, já que os conjuntos numéricos são infinitos.

Este conjunto numérico inicia-se em zero e é infinito, no entanto podemos ter a representação de apenas um subconjunto dele. A seguir temos um subconjunto do conjunto dos números naturais formado pelos quatro primeiro múltiplos de sete:

$$\{ 0, 7, 14, 21 \}$$

Para representarmos o conjunto dos números naturais, ou qualquer um dos outros quatro conjuntos fundamentais, utilizamos o caractere asterisco após a letra, como em  $\mathbb{N}^*$ . Temos então que:

$$\mathbb{N}^* = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, \dots \}$$

**Conjunto dos Números Inteiros**

Mais adiante na sua vida em uma noite muito fria você tomou conhecimento da existência de números negativos, ao lhe falarem que naquele dia a temperatura estava em dois graus abaixo de zero. Curioso você quis saber o que significava isto, então alguém notando o seu interesse, resolveu lhe explicar:

Hoje no final da tarde já estava bastante frio, a temperatura girava em torno dos  $3^\circ\text{C}$ , aí ela desceu para  $2^\circ\text{C}$ , continuou esfriando e ela abaixou para  $1^\circ\text{C}$  e uma hora atrás chegou a  $0^\circ\text{C}$ . Se a temperatura continuava a abaixar e já havia atingido o menor dos números naturais, como então representar uma temperatura ainda mais baixa?

Com exceção do zero, cada um dos números naturais possui um simétrico ou oposto. O oposto do 1 é o -1, do 2 o -2 e assim por diante. O sinal “-” indica que se trata de um número negativo, portanto menor que zero. Os números naturais a partir do 1 são por natureza positivos e o zero é nulo.

O zero e os demais números naturais, juntamente com os seus opostos formando outro conjunto, o conjunto dos números inteiros e é representado pela letra  $Z$  ( $\mathbb{Z}$ ).

## LEIS, PRINCÍPIOS, TEORIAS, TEOREMAS, AXIOMAS, FUNDAMENTOS, REGRAS...

A seguir temos uma representação do conjunto dos números inteiros:

$$\mathbb{Z} = \{ \dots, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots \}$$

Note que diferentemente dos números naturais, que embora infinitos, possuem um número inicial, o zero, os números inteiros assim como os demais conjuntos numéricos fundamentais não têm, por assim dizer, um ponto de início. Neste conjunto o zero é um elemento central, pois para cada número à sua direita, há um respectivo oposto à sua esquerda.

Utilizamos o símbolo  $\subset$  para indicar que um conjunto está contido em outro, ou que é um subconjunto seu, como o conjunto dos números naturais é um subconjunto do conjunto dos números inteiros, temos que  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ .

Podemos também dizer que o conjunto dos números inteiros **contém** ( $\supset$ ) o conjunto dos números naturais ( $\mathbb{Z} \supset \mathbb{N}$ ).

Como supracitado podemos escrever  $\mathbb{Z}^*$  para representarmos o conjunto dos números inteiros, mas sem considerarmos o zero:

$$\mathbb{Z}_+^* = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots \}$$

Com exceção do conjunto dos números naturais, com os demais conjuntos numéricos fundamentais podemos utilizar os caracteres “+” e “-” como abaixo:

$$\begin{aligned} \mathbb{Z}_+ &= \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots \} \\ \mathbb{Z}_+^* &= \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots \} \\ \mathbb{Z}_- &= \{ \dots, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0 \} \\ \mathbb{Z}_-^* &= \{ \dots, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1 \} \end{aligned}$$

Note também que  $\mathbb{Z}_+ = \mathbb{N}$  e que  $\mathbb{Z}_+^* = \mathbb{N}^*$ .

### Conjunto dos Números Racionais

Esperto por natureza você percebeu que havia mais alguma coisa além disto. No termômetro você viu que entre um número e outro existiam várias marcações. Qual a razão disto?

Foi-lhe explicado então que a temperatura não muda abruptamente de  $20^\circ \text{C}$  para  $21^\circ \text{C}$  ou de  $-3^\circ \text{C}$  para  $-4^\circ \text{C}$ , ao invés disto, neste termômetro as marcações são de décimos em décimos. Para passar de  $20^\circ \text{C}$  para  $21^\circ \text{C}$ , por exemplo, primeiro a temperatura sobe para  $20,1^\circ \text{C}$ , depois para  $20,2^\circ \text{C}$  e continua assim passando por  $20,9^\circ \text{C}$  e finalmente chegando em  $21^\circ \text{C}$ . Estes são números pertencentes ao conjunto dos números racionais.

Números racionais são todos aqueles que podem ser expressos na forma de fração. O numerador e o denominador desta fração devem pertencer ao conjunto dos números inteiros e obviamente o denominador não poderá ser igual a zero, pois não há divisão por zero.

O número **20,1**, por exemplo, pode ser expresso como  $\frac{201}{100}$ , assim como **0,375** pode ser expresso como  $\frac{375}{1000}$  e **0,2** por ser representado por  $\frac{2}{10}$ .

## LEIS, PRINCÍPIOS, TEORIAS, TEOREMAS, AXIOMAS, FUNDAMENTOS, REGRAS...

Note que se dividirmos quatro por nove, iremos obter **0,44444...** que é um número com infinitas casas decimais, todas elas iguais a quatro. Trata-se de uma dízima periódica simples que também pode ser representada como  $0,4\bar{4}$ ..., mas que apesar disto também é um número racional, pois pode ser expresso como  $\frac{4}{9}$ .

O conjunto dos números racionais é representado pela letra  $Q$  ( $\mathbb{Q}$ ).

O conjunto dos números inteiros é um subconjunto do conjunto dos números racionais, temos então que  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ .

Facilmente podemos intuir que  $\mathbb{Q}_-$  representa o conjunto dos números racionais negativos e que  $\mathbb{Q}_+$  representa o conjunto dos números racionais positivos ou nulos.

Abaixo temos um conjunto com quatro elementos que é subconjunto do conjunto dos números racionais:

$$\left\{ 0,3\bar{5}..., -5, \frac{1}{9}, 1 \right\}$$

A realização de qualquer uma das quatro operações aritméticas entre dois números racionais quaisquer terá como resultado também um número racional, obviamente no caso da divisão, o divisor deve ser diferente de zero. Sejam **a** e **b** números racionais, temos:

$$\begin{cases} a + b \in \mathbb{Q} \\ a - b \in \mathbb{Q} \\ a \cdot b \in \mathbb{Q} \\ \frac{a}{b} \in \mathbb{Q}, b \neq 0 \end{cases}$$

## Conjunto dos Números Irracionais

Então mais curioso ainda você perguntou: “Se os números racionais são todos aqueles que podem ser expressos na forma de fração, então existem aqueles que não podem ser expressos desta forma?” Exatamente, estes números pertencem ao conjunto dos números irracionais. Provavelmente os mais conhecidos deles sejam o número  $\pi$  ( $\pi$ ), o número de Euler ( $e$ ) e a raiz quadrada de dois ( $\sqrt{2}$ ). Se você se dispuser a calcular tal raiz, passará o restante da sua existência e jamais conseguirá fazê-lo, isto porque tal número possui infinitas casas decimais e diferentemente das dízimas, elas não são periódicas, não podendo ser expressas na forma de uma fração. Esta é uma característica dos números irracionais.

A raiz quadrada dos números naturais é uma ótima fonte de números irracionais, de fato a raiz quadrada de qualquer número natural que não seja um quadrado perfeito é um número irracional.  $\sqrt{120}$  é um número irracional, pois **120** não é um quadrado perfeito, ou seja, não há um número natural que multiplicado por ele mesmo resulte em cento e vinte, já  $\sqrt{121}$  é um número natural, pois  $11^2 = 121$ .

A letra  $I$  ( $\mathbb{I}$ ) representa o conjunto dos número irracionais.

Utilizando o caractere especial “\*”, por exemplo, podemos representar o conjunto dos números irracionais desconsiderando-se o zero por  $\mathbb{I}^*$ .

O conjunto abaixo é um subconjunto do conjunto dos números irracionais:

$$\{\pi, e, \sqrt{2}, \sqrt{3}\}$$

LEIS, PRINCÍPIOS, TEORIAS, TEOREMAS, AXIOMAS, FUNDAMENTOS, REGRAS...

Diferentemente do que acontece com os números racionais, a realização de qualquer uma das quatro operações aritméticas entre dois números irracionais quaisquer não terão obrigatoriamente como resultado também um número irracional. O resultado poderá tanto pertencer a  $\mathbb{I}$ , quanto pertencer a  $\mathbb{Q}$ .

**Conjunto dos Números Reais**

Acima vimos que um número natural também é um número inteiro ( $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ ), assim como um número inteiro também é um número racional ( $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ ), portanto  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ .

Vimos também que os números racionais não estão contidos no conjunto dos números irracionais e vice-versa. A intersecção destes conjuntos resulta no conjunto vazio:  $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$

A intersecção é uma operação por meio da qual obtemos um conjunto de todos os elementos que pertencem simultaneamente a todos os conjuntos envolvidos. Sejam dois conjuntos  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  e  $B = \{5, 4, 3\}$ , a intersecção entre estes dois conjuntos será  $A \cap B = \{3, 4\}$ .

O conjunto dos números reais é representado pela letra R ( $\mathbb{R}$ ) e é formado pela união do conjunto dos números racionais com o conjunto dos irracionais, que simbolicamente representamos por:  $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$ .

A união é uma operação por meio da qual obtemos um conjunto de todos os elementos que pertencem ao menos a um dos conjuntos envolvidos. Sejam dois conjuntos  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  e  $B = \{5, 4, 3\}$ , a união entre estes dois conjuntos será  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

O conjunto dos números racionais está contido no conjunto dos números reais ( $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ ), assim como o conjunto dos números irracionais também é subconjunto do conjunto dos números reais ( $\mathbb{I} \subset \mathbb{R}$ ).

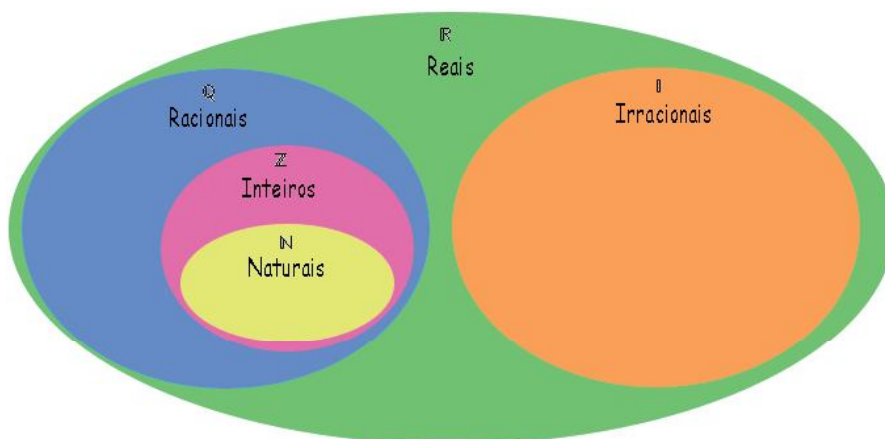
Através dos caracteres especiais “+” e “\*”, por exemplo, podemos representar o conjunto dos números reais positivos por  $\mathbb{R}^+$ .

Abaixo temos um exemplo de um conjunto contendo alguns números reais:

$$\{\sqrt{7}, -3, \frac{4}{7}, 8\}$$

**Conjuntos Numéricos Fundamentais em Diagrama**

Abaixo temos a representação dos conjuntos numéricos fundamentais em um diagrama.





## LEIS, PRINCÍPIOS, TEORIAS, TEOREMAS, AXIOMAS, FUNDAMENTOS, REGRAS...

Através deste diagrama podemos facilmente observar que o conjunto dos números reais ( $\mathbb{R}$ ) é resultado da união do conjunto dos números racionais como o conjunto dos números irracionais ( $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$ ). Observamos também que o conjunto dos números inteiros está contido no conjunto dos números racionais ( $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ ) e que os números naturais são um subconjunto do números inteiros ( $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ ).

Como podemos ver, os diagramas nos ajudam a trabalhar mais facilmente com conjuntos. Ainda neste diagrama rapidamente identificamos que os números naturais são também números reais ( $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$ ), mas não são números irracionais ( $\mathbb{N} \not\subset \mathbb{I}$ ), isto porque o conjunto dos números irracionais **não contém** o conjunto dos números naturais ( $\mathbb{I} \not\supset \mathbb{N}$ ), mas sim o conjunto números dos racionais que os contém ( $\mathbb{Q} \supset \mathbb{N}$ ), assim como o conjuntos dos números reais ( $\mathbb{R} \supset \mathbb{N}$ ) e dos inteiros ( $\mathbb{Z} \supset \mathbb{N}$ ).

Fonte: <http://www.matematicadidatica.com.br/ConjuntosNumericosFundamentais.aspx>

## PARA REFLETIR COM OS ALUNOS

## Qual a importância do zero?



As regras que valem para todos os outros não servem para ele. Só as obedece como e quando bem entende. “Assim faço a diferença”, costuma dizer. Mas não é nem um pouco egoísta. Pelo contrário. Quanto mais à direita ele vai, mais aumenta o valor do colega da esquerda, multiplicando-o por dez, 100 ou 1 000. Trata-se de um revolucionário. Com ar de bonachão, dá de ombros quando é comparado ao nada. “Sou mesmo”, diz. “Mas isso significa ser tudo.” Com vocês, o número zero – que ganha, nestas páginas, o papel que lhe é de direito: o de protagonista de uma odisséia intelectual que mudou o rumo das ciências exatas e trouxe novas reflexões para a história das idéias.

Pode soar como exagero atribuir tal importância a um número aparentemente inócuo. Às vezes, você até esquece que ele existe. Quem se preocupa em anotar que voltou da feira com zero laranjas? Ou que comprou ração para seu zero cachorrinho? Só fica preocupado quando descobre um zero na conta bancária. Mesmo assim, logo que chega o pagamento seguinte, não sobra nem lembrança daquele número gorducho.

O símbolo “0” e o nome zero estão relacionados à idéia de nenhum, não-existente, nulo. Seu conceito foi pouco estudado ao longo dos séculos. Hoje, mal desperta alguma curiosidade, apesar de ser absolutamente instigante. “O ponto principal é o fato de o zero ser e não ser. Ao mesmo tempo indicar o nada e trazer embutido em si algum conteúdo”, diz o astrônomo Walter Maciel, professor da Universidade de São Paulo. Se essa dialética parece complicada para você, cidadão do século XXI, imagine para as tribos primitivas que viveram muitos séculos antes de Cristo.

## PARA REFLETIR COM OS ALUNOS

A cultura indiana antiga já trazia uma noção de vazio bem antes do conceito matemático de zero. “Num dicionário de sânscrito, você encontra uma explicação bastante detalhada sobre o termo indiano para o zero, que é *shúnya*”, afirma o físico Roberto de Andrade Martins, do Grupo de História e Teoria da Ciência da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). Como adjetivo, *shúnya* significa vazio, deserto, estéril. Aplica-se a uma pessoa solitária, sem amigos; a um indivíduo indiferente ou insensível. O termo descreve um sentimento de ausência, a falta de algo, uma ação sem resultados. Como substantivo, *shúnya* refere-se ao nada, ao vácuo, à inexistência. A partir do século VIII d.C., os árabes levaram para a Europa, junto com os outros algarismos, tanto o símbolo que os indianos haviam criado para o zero quanto à própria ideia de vazio, nulo, não-existente. E difundiram o termo *shúnya* – que, em árabe, se tornou *shifr* e foi latinizado para *zephirum*, depois *zéfiro*, *zefro* e, por fim, zero.

Bem distante da Índia, nas Américas, por volta dos séculos IV e III a.C., os maias também deduziram uma representação para o nada. O sistema de numeração deles era composto por pontos e traços, que indicavam unidades e dezenas. Tinham duas notações para o zero. A primeira era uma elipse fechada que lembrava um olho. Servia para compor os números. A segunda notação, simbólica, remetia a um dos calendários dos maias. O conceito do vazio era tão significativo entre eles que havia uma divindade específica para o zero: era o deus Zero, o deus da Morte. “Os maias foram os inventores desse número no continente americano. A partir deles, outros grupos, como os astecas, conheceram o princípio do zero”, diz o historiador Leandro Karnal, da Unicamp.

E os geniais gregos, o que pensavam a respeito do zero? Nada. Apesar dos avanços na geometria e na lógica, os gregos jamais conceberam uma representação do vazio, que, para eles, era um conceito até mesmo antiestético. Não fazia sentido existir vazio num mundo tão bem organizado e lógico – seria o caos, um fator de desordem. (Os filósofos pré-socráticos levaram em conta o conceito de vazio entre as partículas, mas a ideia não vingou.) Aristóteles chegou a dizer que a natureza tinha horror ao vácuo.

“Conceber o conceito do zero exigiu uma abstração muito grande”, diz o historiador da matemática Ubiratan D’Ambrosio, da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC). Quando o homem aprendeu a calcular, há cerca de 5 000 anos, fazia associações simples a partir de situações concretas: para cada ovelha, uma pedrinha. Duas ovelhas, duas pedrinhas e assim por diante. “Se sobrassem pedras, o pastor sabia que provavelmente alguma ovelha tinha sido atacada por um lobo ou se desgarrado das demais”, diz o matemático Irineu Bicudo, da Universidade Estadual Paulista (Unesp), em Rio Claro. O passo seguinte foi representar graficamente esses números com símbolos e fazer contas com eles.

Os babilônios, que viveram na Mesopotâmia (onde hoje é o Iraque) por volta do ano 2500 a.C., foram os primeiros a chegar a uma noção de zero. Pioneiros na arte de calcular criaram o que hoje se chama de “sistema de numeração posicional”. Apesar do nome comprido, a ideia é simples. “Nesse sistema, os algarismos têm valor pela posição que ocupam”, explica Irineu. Trata-se do sistema que utilizamos atualmente. Veja o número 222 – o valor do 2 depende da posição em que ele se encontra: o primeiro vale 200, o segundo 20 e o terceiro 2. Outros povos antigos, como os egípcios e os gregos, não usavam esse sistema – continuavam a atribuir a cada número um sinal diferente, fechando os olhos para a possibilidade matemática do zero.

O sistema posicional facilitou, e muito, os cálculos dos babilônios. Contudo, era comum que muitas contas resultassem em números que apresentavam uma posição vazia, como o nosso 401. (Note que, depois do 4, não há número na casa das dezenas. Se você não indicasse essa ausência com o zero, o 401 se tornaria 41, causando enorme confusão.) O que, então, os babilônios fizeram?

## PARA REFLETIR COM OS ALUNOS

Como ainda não tinham o zero, deixaram um espaço vazio separando os números, a fim de indicar que naquela coluna do meio não havia nenhum algarismo (era como se escrevêssemos 4\_1). O palco para a estréia do zero estava pronto. Com o tempo, para evitar qualquer confusão na hora de copiar os números de uma tábua de barro para outra, os babilônios passaram a separar os números com alguns sinais específicos. “Os babilônios tentaram representar graficamente o nada, mostrando o abstrato de uma forma concreta”, diz Ubiratan.

Perceba como um problema prático – a necessidade de separar números e apontar colunas vazias – levou a uma tentativa de sinalizar o não existente. “Trata-se de uma abstração bastante sofisticada representar a inexistência de medida, o vazio enquanto número, ou seja, o zero”, diz a historiadora da ciência Ana Maria Alfonso Goldfarb, da PUC. “Temos apenas projeções culturais a respeito do que é abstrato”, afirma Leandro Karnal. Na tentativa de tornar concreta uma situação imaginária, cada povo busca as referências que tem à mão. Veja o caso dos chineses: eles representavam o zero com um caractere chamado ling, que significava “aquilo que ficou para trás”, como os pingos de chuva depois de uma tempestade. Trata-se de um exercício tremendo de abstração. Você já parou para pensar como, pessoalmente, encara o vazio?

Apesar de ser atraente, o zero não foi recebido de braços abertos pela Europa, quando apareceu por lá, levado pelos árabes. “É surpreendente ver quanta resistência a noção de zero encontrou: o medo do novo e do desconhecido, superstições sobre o nada relacionadas ao diabo, uma relutância em pensar”, diz o matemático americano Robert Kaplan, autor do livro *The Nothing That Is* (O Nada que Existe, recém-lançado no Brasil) e orientador de um grupo de estudos sobre a matemática na Universidade Harvard. O receio diante do zero vem desde a Idade Média. Os povos medievais o ignoravam solenemente. “Com o zero, qualquer um poderia fazer contas”, diz Ana Maria. “Os matemáticos da época achavam que popularizar o cálculo era o mesmo que jogar pérolas aos porcos.” Seria uma revolução.

Por isso, Kaplan considera o zero um número subversivo. “Ele nos obriga a repensar tudo o que alguma vez já demos por certo: da divisão aritmética à natureza de movimento, do cálculo à possibilidade de algo surgir do nada”, afirma. Tornou-se fundamental para a ciência, da computação à astronomia, da química à física. “O cálculo integral e diferencial, desenvolvido por Newton e Leibniz, seria inviável sem o zero”, diz Walter Maciel. Nesse tipo de cálculo, para determinar a velocidade instantânea de um carro, por exemplo, você deve levar em conta um intervalo de tempo infinitamente curto, que tende a zero. (É estranho calcular quanto o carro se deslocou em “zero segundos”, mas é assim que funciona.) “O cálculo integral está na base de tudo o que a ciência construiu nos últimos 200 anos”, diz Maciel.

Ainda hoje o conceito de zero segue revirando nossas idéias. Falta muito para entendermos a complexidade desse número. Para o Ocidente, o zero continua a ser uma mera abstração. Segundo Eduardo Basto de Albuquerque, professor de história das religiões da Unesp, em Assis, o pensamento filosófico ocidental trabalha com dois grandes paradigmas que não comportam um vazio cheio de sentido, como o indiano: o aristotélico (o mundo é o que vemos e tocamos com nossos sentidos) e o platônico (o mundo é um reflexo de essências imutáveis e eternas, que não podemos atingir pelos sentidos e sim pela imaginação e pelo conhecimento). “O Ocidente pensa o nada em oposição à existência de Deus: se não há Deus, então é o nada”, diz Eduardo. Ora, mesmo na ausência, poderia haver a presença de Deus. E o vazio pode ser uma realidade. É só pensar na teoria atômica, desenvolvida no século XX: o mundo é formado por partículas diminutas que precisam de um vazio entre elas para se mover.

## PARA REFLETIR COM OS ALUNOS

Talvez o zero assuste porque carrega com ele outro paradigma: o de um nada que existe efetivamente.

Na matemática, por mais que pareça limitado a um ou dois papéis, a função do zero também é “especial” – como ele mesmo faz questão de mostrar – porque, desde o primeiro momento, rebelou-se contra as regras que todo número precisa seguir. O zero viabilizou a subtração de um número natural por ele mesmo ( $1 - 1 = 0$ ). Multiplicado por um algarismo à escolha do freguês, não deixa de ser zero ( $0 \times 4 = 0$ ). Pode ser dividido por qualquer um dos colegas ( $0 \div 3 = 0$ ), que não muda seu jeitão. Mas não deixa nenhum número – por mais pomposo que se julgue – ser dividido por ele, zero. Tem ainda outros truques. Você pensa que ele é inútil? “Experimente colocar alguns gêmeos meus à direita no valor de um cheque para você ver a diferença”, diz o zero. No entanto, mesmo que todos os zeros do universo se acomodem no lado esquerdo de um outro algarismo nada muda. Daí a expressão “zero à esquerda”, que provém da matemática e indica nulidade ou insignificância.

Mas o zero – como você pôde ver – decididamente não é um zero à esquerda. “Foi uma surpresa constatar como é central a idéia de zero: o nada que gera tudo”, diz Kaplan. E mais: há quem diga que o zero é parente do infinito, outra abstração que mudou as bases do pensamento científico, religioso e filosófico. “Eles são equivalentes e opostos, yin e yang”, escreve o jornalista americano Charles Seife, autor de *Zero: The Biography of a Dangerous Idea* (*Zero: A Biografia de uma Idéia Perigosa*), lançado no ano passado nos Estados Unidos. O epíteto atribuído ao zero no título – idéia perigosa – não está ali por acaso. “Apesar da rejeição e do exílio, o zero sempre derrotou aqueles que se opuseram a ele”, afirma Seife. “A humanidade nunca conseguiu encaixar o zero em suas filosofias. Em vez disso, o zero moldou a nossa visão sobre o universo – e também sobre Deus.” E influenciou, sorrateiramente, a própria filosofia. De fato, trata-se de um perigo.

Fonte: <http://super.abril.com.br/ciencia/importancia-numero-zero-442058.shtml>

Coroa: <http://lara-becker.blogspot.com/2010/11/brushes-de-coroas.html>

Zero: <http://www.clker.com/clipart-number-zero.html>

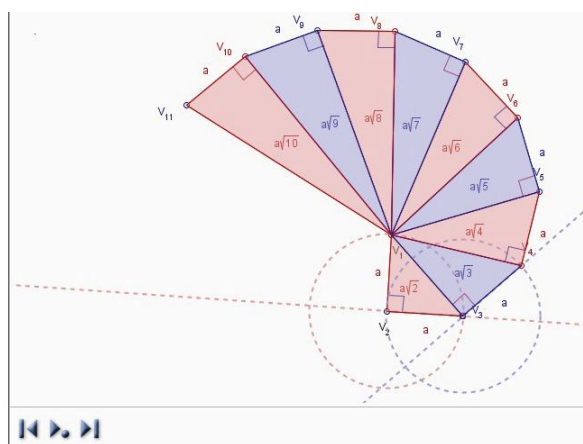
## ATIVIDADES DESENVOLVIDAS PELO PROFESSOR



## 1ª Aula:

O professor poderá iniciar a aula com as perguntas da seção “Questões Problematicadoras”, em seguida solicitará que os alunos através do navegador de Internet do *Laptop* Educacional (*Mozilla Firefox*), [**Metasys> Favoritos>Navegador de Internet**] pesquisem como funcionam os sistemas de segurança de senhas, e em particular sobre o sistema de **Criptografia RSA**. Após a pesquisa, o resultado deverá ser debatido entre os alunos e o professor poderá levantar a discussão sobre a importância dos números no cotidiano. Em seguida o professor definirá os conjuntos numéricos que formam o Conjunto dos Números Reais.

Ainda no navegador, o professor poderá explorar o objeto de aprendizagem disponível no site:



<http://www.professores.uff.br/hjbortol/car/stepbystep/2007.2/raiz-quadrada-de-um-numero-natural.html>

Através desse aplicativo o professor poderá discutir sobre o significado geométrico dos números irracionais resultantes de raízes não exatas.

## 2ª Aula:

O professor iniciará a aula solicitando que os alunos formem duplas. Cada dupla deverá com o auxílio do barbante e da régua, traçar circunferências (diferentes tamanhos) através do **método do jardineiro**. O professor deverá solicitar que cada dupla construa uma tabela na planilha eletrônica do *Laptop* Educacional (*KSpread*), [**Metasys> aplicativos> Ferramentas de Produtividade> suíte de escritório> Planilha Eletrônica**] onde deverão registrar os comprimentos das circunferências, os raios e diâmetros. Após o registro dos dados o professor discutirá sobre o significado geométrico do número  $\pi$  (Pi), associando as relações encontradas na planilha.

E para finalizar a aula, o professor deverá apresentar o significado do **número de ouro**, e solicitará que os alunos criem um procedimento no *Klogo-Turtle* do *Laptop* Educacional [**Metasys> Favoritos> EduSyst> Aprendizado Infantil**] em que desenhem um retângulo de ouro.

## ATIVIDADES DESENVOLVIDAS PELO PROFESSOR

Sugestão de procedimento:

REPETE4, FRENTE5, DIREITA 90, FIM REPETE

SOBELAPIS

DIREITA 90

FRENTE 5

ESQUERDA 90

DESCELAPIS

REPETE4, FRENTE5, DIREITA 90, FIM REPETE

SOBELAPIS

ESQUERDA 90

FRENTE 5

DIREITA 90

FRENTE 5

DESCELAPIS

REPETE4, FRENTE10, DIREITA 90, FIM REPETE

ATRÁS 5.

REPETE4, FRENTE15, ESQUERDA 90, FIM REPETE

DIREITA 90

FRENTE 10

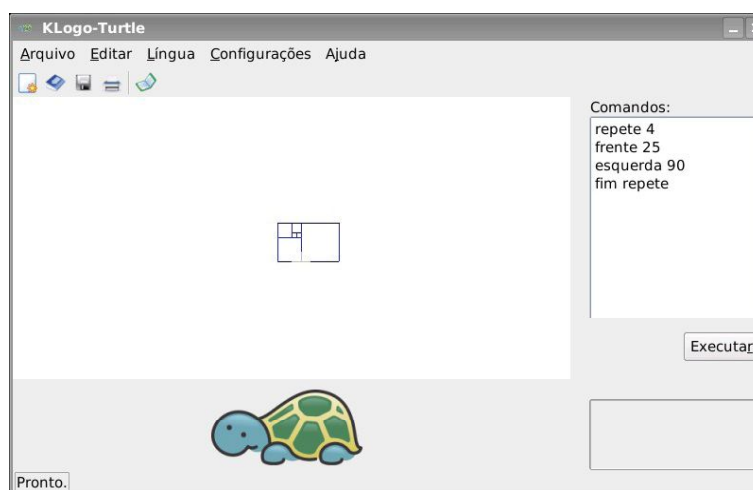
ESQUERDA 90

FRENTE 15

REPETE 4, DIREITA 90, FRENTE 40, FIM REPETE

ATRÁS 40

REPETE 4, FRENTE 25, ESQUERDA 90 FIM REPETE



## TAREFA DOS ALUNOS



1. Pesquisar sobre criptografia RSA.
2. Debater com o professor sobre a importância dos números no cotidiano.
3. Formar duplas.
4. Construir uma planilha eletrônica no programa *KSpread*, registrando o comprimento, raio e diâmetro das circunferências feitas com o barbante.
5. Analisar junto com o professor os dados obtidos na planilha.
6. Construir um procedimento no programa *Klogo-Turtle* para desenhar um retângulo de ouro.

## PARA SABER MAIS



Venha conhecer um pouco mais sobre a história dos números no vídeo “Jornal Numeral – A Matemática na História”, disponível em:  
<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnica.html?id=30981>

## AVALIAÇÃO

Critérios	Desempenho avançado	Desempenho médio	Desempenho iniciante
Resolver problema com números racionais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação)			
Efetuar cálculos simples com valores aproximados de radicais.			
Constatar alguma relação entre aspectos observáveis do objeto, semelhanças e diferenças, constâncias em situações, fenômenos, palavras, tipos de texto etc			
Representar quantidades por meio de estratégias pessoais, de números e de palavras.			

## EXERCÍCIO DE FIXAÇÃO

Divirta-se com o jogo “Quantos números tem” e “Desafiando os números”:

Quantos números tem?

Quantos números inteiros positivos tem entre -2,6 e 7,2?

A.  ? infinitos

B.  ? 8

C.  ? 10

D.  ? 4



EXERCÍCIO DE FIXAÇÃO

) 1 0 1 0 1 0 1 0 1 1

) 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 1

Relacione a coluna esquerda com a coluna direita.

Verificar a resposta

)  1 0 1 0 1

)  1 0 1 0 1

Conjunto dos números racionais

Conjunto de números naturais

Conjunto dos números racionais negativos

Conjunto dos números irracionais

Conjunto dos números primos

1 0 1

1 0 1

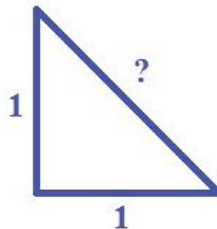
1 0 1

1 0 1

1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1

EXERCÍCIOS PARA AVALIAÇÕES/// Provinha Brasil • Prova Brasil • PISA e ENEM

01. O famoso teorema de Pitágoras afirma que em um triângulo retângulo: “O quadrado da hipotenusa é igual à soma do quadrado dos catetos”. Assim, se aplicarmos o teorema na seguinte situação



O resultado pertencerá a qual conjunto numérico?

- a) Conjunto dos números racionais.
- b) Conjunto dos números naturais positivos.
- c) **Conjunto dos números irracionais.**
- d) Conjunto dos números inteiros.

## EXERCÍCIOS PARA AVALIAÇÕES/// Provinha Brasil • Prova Brasil • PISA e ENEM

2. Observe a receita abaixo:



Figura 1

### *Bolo de Fubá*

#### *Ingredientes:*

*1 xícara de leite*

*3 ovos*

*2 ½ de farinha de trigo*

*½ xícara de açúcar*

*1 colher de fermento em pó*

*1 ½ xícara de fubá*

Na descrição da receita os números utilizados pertencem a qual conjunto numérico?

- a) Conjunto dos números inteiros positivos.
- b) **Conjunto dos números racionais.**
- c) Conjunto dos números irracionais.
- d) Conjunto dos números naturais.

3. Em uma cidade no Sul do Brasil, o termômetro marcou  $12^{\circ}\text{C}$ , logo em seguida a temperatura caiu em sete unidades. Posteriormente subiu  $2^{\circ}\text{C}$ , para cair novamente em seis unidades. A temperatura final dessa cidade pertence a qual conjunto numérico?



- a) Conjunto dos números inteiros negativos.
- b) **Conjunto dos números naturais.**
- c) Conjunto dos números dos números irracionais.
- d) Conjunto dos números pares.

## EXERCÍCIOS PARA AVALIAÇÕES/// Provinha Brasil • Prova Brasil • PISA e ENEM

4. I- Qualquer número inteiro é menor que zero.  
II- Todos os números naturais também são números racionais.  
III- O conjunto dos números reais é formado pela união do conjunto dos números racionais e números irracionais.

- a) Todas as afirmações estão corretas.  
b) As afirmações I e III estão corretas.  
c) As afirmações II e III estão corretas.  
d) Todas as informações estão incorretas.

5. Quantos números inteiros existem no intervalo vermelho:



- a) 6 números  
b) 8 números  
c) 9 números  
d) 4 números

